

ESTIMACIÓN DE LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE LOS TIPOS DE INTERÉS EN ESPAÑA: ELECCIÓN ENTRE METODOS ALTERNATIVOS

Soledad Núñez Ramos

ESTIMACIÓN DE LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE LOS TIPOS DE INTERÉS EN ESPAÑA: ELECCIÓN ENTRE MÉTODOS ALTERNATIVOS

Soledad Núñez Ramos (*)

(*) Agradezco la valiosa y paciente colaboración de J. J. Pacheco en la elaboración de las series estimadas, así como los comentarios de Juan Ayuso, J. J. Camio, Juan Luis Díaz del Hoyo, Javier Prado, Fernando Restoy y José Viñals.

Banco de España - Servicio de Estudios
Documento de Trabajo nº 9522

El Banco de España al publicar esta serie pretende facilitar la difusión de estudios de interés que contribuyan al mejor conocimiento de la economía española.

Los análisis, opiniones y conclusiones de estas investigaciones representan las ideas de los autores, con las que no necesariamente coincide el Banco de España.

ISBN: 84-7793-408-8

Depósito legal: M-22942-1995

Imprenta del Banco de España

RESUMEN

El objetivo del trabajo es la estimación diaria, para el caso español, de la estructura temporal de contado y de tipos *forward* durante el período 1991-1995 utilizando precios de deuda pública. Con ello se pretende, primero, proporcionar un método satisfactorio y sistemático de obtención diaria de dicha estructura, para que pueda ser utilizada como una herramienta de análisis para la política monetaria y, segundo, obtener una serie de estructuras estimadas suficientemente larga que pueda ser utilizada en estudios que requieran conocer dicha estructura.

Para la estimación se han probado métodos que estiman la función de descuento ya que éstos son los que cumplen mas satisfactoriamente los requisitos buscados: obtención de estructuras temporales para un continuo de plazos que sean flexibles y suaves en su forma. Se han empleado tres formas funcionales alternativas (la utilizada por McCulloch, la utilizada por Nelson y Siegel y la utilizada por Svensson) y dos criterios de estimación (minimización de la suma de errores al cuadrado en precio y minimización de la suma de errores al cuadrado en TIR) con objeto de comparar sus resultados, ver su robustez y evaluar cual es mas idóneo como instrumento de análisis.

Entre los procedimientos probados, los propuestos por Nelson y Siegel y por Svensson son los que muestran mejores resultados para el caso español. Ambos métodos, que suponen que los tipos *forward* implícitos convergen a un cierto nivel, consiguen una buena bondad de ajuste además de ser capaces de estimar estructuras temporales flexibles y suaves. No obstante, el método de Svensson cuando se minimiza la suma de los errores en TIR al cuadrado consigue un mejor ajuste para el corto plazo y, por ello, se propone dicho método como el mas adecuado para estimar la estructura temporal que sirva de indicador para la política monetaria. Sin embargo, dado que dicho procedimiento de estimación es costoso, especialmente cuando no se tienen muchas observaciones y, dado que sus resultados, para la mayor parte de los días, son muy similares a los obtenidos con el método de Nelson y Siegel, la serie diaria de estructuras temporales para el período enero 1991- marzo 1995 se ha elaborado siguiendo este último método, minimizando la suma de errores al cuadrado en precio.

1. INTRODUCCIÓN

La **estructura temporal de los tipos de interés** es la relación existente, en un momento dado, entre los tipos de interés y el plazo de los mismos. La representación gráfica de dicha relación, que recibe el nombre de **curva de rendimientos**, puede tener múltiples formas (creciente, decreciente, plana, decreciente-creciente, creciente-decreciente, etc.) que, además, varían en el tiempo.

De la estructura temporal de contado, se obtiene la de **tipos *forward* implícitos**. Dichos tipos son los que corresponderían a operaciones hipotéticas de inversión o financiación que comenzarían en una fecha futura con precio fijado en el presente. Tanto los tipos de contado como los tipos *forward* implícitos contienen información sobre las expectativas del mercado acerca de los tipos de interés futuros (que, a su vez, recogen expectativas de inflación)⁽¹⁾, si bien, en estos últimos, es más fácil distinguir entre las expectativas a corto y a largo plazo⁽²⁾.

El conocimiento de la estructura temporal de tipos de interés tiene múltiples aplicaciones, que se pueden dividir en cuatro grandes grupos. Primero, para la economía financiera, dado que permite valorar múltiples activos financieros y diseñar estrategias de inversión o de cobertura. Segundo, para la teoría económica, en el estudio de temas tales como la formación de expectativas, las relaciones entre los tipos a corto y largo plazo, la transmisión de la política monetaria a las variables macroeconómicas relevantes, etc. Tercero, para el Tesoro Público, por

⁽¹⁾ Es importante señalar que la simple obtención de los tipos *forward* implícitos no autoriza a identificar los mismos con las expectativas de tipos de interés futuros, ya que dichos tipos *forward* pueden incorporar primas de riesgo que varían con el plazo y con el tiempo.

⁽²⁾ El tipo de interés de contado al plazo m contiene información sobre la media de los tipos a corto plazo esperados desde hoy hasta dentro de m periodos, mientras que el tipo *forward* al plazo m y horizonte h contiene información sobre el tipo de contado al plazo m esperado para dentro de h periodos.

cuanto contribuye a analizar los condicionantes de su financiación. Y cuarto, como un indicador para la política monetaria, útil para analizar, junto a otras herramientas, las condiciones en las que esta ha de actuar, las perspectivas de cumplimiento del objetivo establecido, la percepción por parte de los agentes del tono de la política monetaria y su grado de confianza en el mantenimiento del mismo en el futuro.

Desafortunadamente, la estructura temporal de los tipos de interés no se observa directamente, ya que los tipos de interés que la componen han de recoger exclusivamente la relación entre tipo y plazo; en definitiva, lo que se trata de obtener es el precio que el mercado pone al tiempo. Sin embargo, los tipos observados reflejan efectos distintos del plazo, tales como el riesgo de crédito, la fiscalidad, el riesgo de liquidez o ciertas características especiales del instrumento financiero, tales como la estructura de pago de cupones. Por tanto, la obtención de la estructura temporal de tipos de interés requiere, en general, una estimación.

La estimación de la estructura temporal ha recibido una atención constante por parte de la literatura económica desde la publicación, en 1942, de las estimaciones de Durand para la economía americana. La mayor parte de los estudios realiza las estimaciones a partir de los precios de bonos de deuda pública, ya que estos ofrecen numerosas ventajas entre las que cabe destacar la ausencia de riesgo de crédito y la existencia de mercados secundarios suficientemente líquidos para una amplia gama de plazos. En cuanto a los métodos de estimación, la literatura se divide en tres grandes grupos: métodos no econométricos, métodos que estiman una curva teórica a la par y métodos que estiman la función de descuento.

El objetivo del presente trabajo es la estimación diaria, para el caso español, de la estructura temporal para un continuo de plazos durante el periodo 1991-1995. Con ello, se pretende, primero, proporcionar un método satisfactorio y sistemático de obtención diaria de dicha estructura para que pueda ser utilizada como una herramienta de análisis para la política monetaria (en la línea seguida por otros bancos centrales), y, segundo, una vez elegido el método de estimación más apropiado, obtener una serie suficientemente larga de dicha estructura

que pueda ser utilizada en estudios que requieran su conocimiento⁽³⁾.

Para la estimación se han utilizado los precios de la deuda pública a corto y largo plazo negociada entre miembros del mercado del Sistema de Anotaciones en Cuenta de Deuda del Estado. En cuanto a la metodología, se ha optado por métodos que estiman la función de descuento, ya que estos son los que cumplen más satisfactoriamente los requisitos buscados: obtención de estructuras temporales para un continuo de plazos que sean flexibles y suaves en su forma. Se han empleado tres formas funcionales alternativas (la utilizada por McCulloch -1975-, la utilizada por Nelson y Siegel -1987- y la utilizada por Svensson -1994-) y dos criterios de estimación (minimización de la suma de errores al cuadrado en precio y minimización de la suma de errores al cuadrado en TIR) con objeto de comparar sus resultados, ver su solidez y evaluar cuál es más idóneo como instrumento de análisis para la política monetaria. En las formas funcionales probadas se permite una variación diaria de la estructura temporal, por lo que se realiza una estimación por día observado. En ninguno de los modelos estimados se han considerado efectos fiscales.

La organización del trabajo es la siguiente: en el segundo epígrafe, se introducen algunos conceptos y terminología; en el tercero, se describen los diversos métodos seguidos en la literatura para la estimación de la estructura temporal de tipos de interés. En los tres siguientes, se explican las formas funcionales de la función de descuento elegidas en la estimación. En el séptimo, se describen los datos utilizados y en el siguiente se discuten los resultados obtenidos. Por último, se extraen algunas conclusiones.

2. CONCEPTOS Y TERMINOLOGÍA

Sea R_t^1 el tipo de interés al contado que el mercado aplica en el momento t para valorar un pago, sin riesgo de crédito o fiscalidad, que ocurra dentro de m periodos. De esta forma, la función de descuento,

⁽³⁾ La serie diaria de estructuras temporales estimadas ha sido elaborada por Soledad Núñez y Juan José Pacheco.

definida como la que transforma el valor unitario de una renta futura en su valor de mercado actual, será:

$$d_t(m) = (1 + R_m^t)^{-m} \quad (2.1)$$

La teoría económica postula algunas propiedades de la función de descuento. En concreto, siempre que se suponga que los agentes consideran las rentas futuras como bienes y que tienen una preferencia temporal positiva, la función de descuento será monótona decreciente y acotada en el intervalo $(0,1)$ con $d(0)=1$ y $d(\infty)=0$

El conjunto de tipos de interés $R_1^t, R_2^t, R_3^t, \dots, R_m^t$ forma la estructura de tipos de interés de contado. De dicha estructura se puede obtener otra de tipos futuros a diversos plazos, denominados tipos *forward* implícitos. Algebraicamente, el tipo *forward* al plazo de un año con un horizonte de m años $(f_{1,m}^t)^{(4)}$ viene dado por la expresión:

$$(1 + f_{1,m}^t) = \frac{(1 + R_{m+1}^t)^{m+1}}{(1 + R_m^t)^m} \quad (2.2)$$

$f_{1,m}^t$ ⁽⁵⁾ es el tipo de interés que tendría, en ausencia de posibilidades de arbitraje, un contrato de futuro hipotético consistente en comprar o vender en la fecha $(t+m)$ un bono cupón cero con 1 año de vida (y, por tanto, con vencimiento en $t+m+1$) a un precio fijado en t .

⁽⁴⁾ En los tipos de interés al contado (R_m^t) , el superíndice t indica el momento de observación y el subíndice m el plazo para el que se calcula el tipo de interés.

En los tipos *forward* $(f_{j,m}^t)$, el superíndice t indica el momento de observación; el subíndice j indica el plazo para el que se calcula el tipo *forward*, y el subíndice m el número de periodos desde t hasta el inicio de la operación *forward*, que vencería en el momento $t+(m+j)$.

⁽⁵⁾ El tipo *forward* al plazo j con horizonte m viene dado por:

$$(1 + f_{j,m}^t)^j = \frac{(1 + R_{m+j}^t)^{m+j}}{(1 + R_m^t)^m}$$

De (2.2) y (2.1) se obtiene que:

$$\begin{aligned} (1+R_m^t)^m &= (1+f_{1,m}^t)(1+R_{m-1}^t)^{m-1} = \\ (1+f_{1,0}^t)(1+f_{1,1}^t) \dots (1+f_{1,m-1}^t) &= d_t(m)^{-1} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Por tanto, conociendo $(R_1^t, R_2^t, R_3^t, \dots, R_m^t)$ es posible conocer $(d_t(1), d_t(2), d_t(3), \dots, d_t(m))$ y $(f_{1,1}^t, f_{1,2}^t, f_{1,3}^t, \dots, f_{1,m-1}^t)$, ya que tipos de interés, valores de la función de descuento y tipos *forward* se relacionan según la ecuación (2.3). Por tanto, a la hora de obtener la estructura temporal, es indiferente hacerlo en función de uno u otro conjunto de valores. Dicha estructura podría obtenerse a partir de los **bonos al descuento**, es decir, de bonos con un único pago en el momento de su vencimiento, también denominados **bonos cupón cero**, cuyo precio será el valor de la función de descuento para ese plazo. Sin embargo, dichos bonos no suelen existir para plazos superiores al año. Por tanto, la estructura temporal de los tipos de interés, o, lo que es lo mismo, la función de descuento tiene que ser estimada a partir de los precios de los bonos con cupón.

Un bono con cupón del $c\%$ y con M períodos de vida hasta su vencimiento consiste en una corriente de rentas en la que en cada período se recibe un pago de $c\%$ del principal, excepto en el último período que se recibe el pago del cupón más el principal. Realizando los supuestos habituales sobre el funcionamiento de los mercados financieros, dicho bono es equivalente a una cartera compuesta por M bonos cupón cero, cada uno de ellos con vencimiento coincidente con una de las fechas de pago de cupón y con principal igual al cupón, excepto el de plazo M , cuyo principal sería el del bono más su cupón. De esta forma, el precio de dicho bono será igual a la suma de los precios de los bonos cupón cero que lo componen y, por tanto, función de $R_1^t, R_2^t, R_3^t, \dots, R_m^t$ y del cupón.

Así, el precio de mercado, expresado en porcentaje, de un bono con cupón anual del $c\%$ y con M años, enteros, de vida hasta el

vencimiento, vendrá dado por la expresión:⁽⁶⁾

$$P_t = c \sum_{i=1}^{i=M} (1+R_i^t)^{-i} + 100(1+R_M^t)^{-M} \quad (2.4)$$

Donde:

P_t = precio (porcentual) de mercado del bono en t
 c = cupón (en porcentaje) del bono
 i = plazo o período de tiempo entre t y la fecha del cupón i
 M = plazo desde t hasta la fecha de vencimiento del bono
 R_i^t = tipo de interés vigente en t para el plazo i, (i=1...M)

o, alternativamente:

$$P_t = c \sum_{i=1}^{i=M} d_t(i) + 100d_t(M) \quad (2.5)$$

donde:

$d_t(i)$ = valor de la función de descuento para el plazo i

o, también:

$$P_t = c \sum_{i=1}^{i=M} \prod_{m=0}^{m=i-1} (1+f_{1,m}) + 100 \prod_{m=0}^{m=M-1} (1+f_{1,m}) \quad (2.6)$$

Convencionalmente, se expresa el precio de un bono como función de su **tasa interna de rendimiento (TIR)**. Dicha tasa se define como aquella que, utilizada para descontar cada uno de los pagos de un bono, iguala la suma del valor presente de los mismos al precio del bono. Es decir:

$$P_t = c \sum_{i=1}^{i=M} (1+TIR^t)^{-i} + 100(1+TIR^t)^{-M} \quad (2.7)$$

Ahora bien: la TIR de un bono con cupón y vida de m períodos no es, en general, la tasa de rendimiento de una inversión al plazo m sin

⁽⁶⁾La expresión del precio de un bono con una vida hasta el vencimiento de M años no enteros se facilita más adelante.

flujos intermedios (R'_m)⁽⁷⁾. Ello es debido a que la TIR de un bono no es función solo de R'_m , sino también del cupón y de $R'_1, R'_2, R'_3, \dots, R'_{m-1}$, ya que hay una relación unívoca entre precio y TIR de un bono concreto, por lo que dicha tasa será función de las mismas variables que el precio del bono.

Hasta aquí, el precio de un bono y la función de descuento se han expresado como función de tipos compuestos anualmente. Esta es la práctica habitual de los mercados financieros, excepto para las operaciones a menos de un año en las que se utilizan tipos de interés simples⁽⁸⁾. Sin embargo, en la teoría financiera se utilizan con frecuencia los tipos de interés compuestos en tiempo continuo⁽⁹⁾, ya que ello suele simplificar el álgebra.

La función de descuento y los tipos de interés en tiempo continuo (r_m) se relacionan por:

$$d_t(m) = \exp(-mr'_m) \quad \text{y} \quad r'_m = -\frac{\ln d_t(m)}{m} \quad (2.8)$$

El tipo *forward* implícito para un plazo j y horizonte de m periodos ($\phi'_{j,m}, m > j$) será:

⁽⁷⁾ Hay dos casos genéricos para los que la TIR de un bono con vida m coincide con la tasa de rendimiento de una inversión a m periodos: a) si el bono es cupón cero y, b) si la estructura de tipos es plana y se reinvierten los pagos intermedios.

⁽⁸⁾ Los tipos de interés simples (i_m) y los tipos de interés compuestos anualmente (R_m) para un plazo de m días se relacionan por la expresión:

$$i_m = [(1 + R_m)^{\frac{m}{365}} - 1] \frac{360}{m}$$

⁽⁹⁾ Los tipos de interés compuestos anualmente (R_m) y los tipos de interés compuestos en tiempo continuo (r_m), para un plazo de m días, se relacionan por la expresión:

$$r_m = \ln [1 + R_m] \quad \text{y} \quad R_m = \exp(r_m) - 1$$

$$\phi'_{j,m} = \frac{(m+j) r'_{m+j} - m r'_m}{j} = \frac{-\ln d_t(m+j) + \ln d_t(m)}{j} \quad (2.9)$$

Si j tiende a 0, al tipo implícito se le denomina *forward instantáneo* con horizonte de m periodos (ϕ'_m), donde, por definición:

$$\begin{aligned} \phi'_m &\equiv \lim_{j \rightarrow 0} \left(-\frac{\ln d_t(m+j) - \ln d_t(m)}{j} \right) \equiv \\ &\equiv -\frac{\partial(\ln d_t(m))}{\partial m} \equiv \frac{\partial(m r'_m)}{\partial m} \end{aligned} \quad (2.10)$$

de donde se obtiene:

$$\phi'_m = r'_m + m \frac{\partial(r'_m)}{\partial m} \quad (2.11)$$

y despejando r'_m :

$$r'_m = \frac{1}{m} \int_0^m \phi'_\mu d\mu \quad (2.12)$$

Es decir, los tipos al contado al plazo m son una media simple de los tipos *forward* instantáneos con vencimientos desde 0 a m periodos, con $r'_0 = \phi'_0$

3. EL PROBLEMA DE ESTIMACIÓN DE LA ESTRUCTURA TEMPORAL

Como se ha dicho anteriormente, la estructura temporal es el conjunto de tipos de interés $R'_1, R'_2, R'_3, \dots, R'_m$. Sin embargo, dichos tipos de interés no se observan, puesto que los observados contienen, generalmente, primas de riesgo, primas de liquidez, efectos de la fiscalidad, efectos de cupones intermedios, etc., y, además, pueden no

existir para muchos de los plazos. Por tanto, la estructura temporal ha de obtenerse mediante algún tipo de estimación que parta de los tipos de interés observados, ya sea para aislar dichos tipos de los efectos diferentes al plazo, o para obtener los tipos de interés para aquellos plazos no disponibles.

Para la estimación, suelen utilizarse los precios de instrumentos de deuda (letras y bonos)⁽¹⁰⁾, dado que estos instrumentos presentan ventajas frente a otros alternativos, al tratarse de instrumentos sin riesgo de crédito y con mercados secundarios activos para un conjunto de plazos relativamente amplio.

Por tanto, utilizando precios de los instrumentos de deuda, el problema de obtención de la estructura temporal para un momento t consiste en extraer los $R_{m_{ib}}$ del siguiente conjunto de ecuaciones⁽¹¹⁾:

$$\begin{aligned}
 P_t^b + cc_t^b &= c_b \sum_{i=1}^v \left(1 + R_{m_{ib}}\right)^{-m_{ib}} + 100 \left(1 + R_{m_{ib}}\right)^{-m_{ib}} = \\
 &= c_b \sum_{i=1}^v d_t(m_{ib}) + 100 d_t(m_{vb}) \quad b = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

donde: $b = 1, 2, \dots, n$ denota el bono correspondiente, siendo el bono 1 el bono con menor vida y el bono n el de mayor vida
 $t =$ fecha actual
 $P_t^b =$ precio en t del bono b excluido cupón
 $cc_t^b =$ cupón corrido o devengado desde la fecha en que se cobró el último cupón hasta t
 $c_b =$ cupón del bono b
 $m_{ib} =$ período de tiempo entre t y la fecha de pago del cupón i , ($i = 1, 2, \dots, v$) para el bono b , siendo m_{1b} el período de tiempo hasta la fecha del cupón más próximo, y m_{vb} la vida que le queda a dicho bono. m_{ib} se expresa en años
 $R_{m_{ib}} =$ Tipo de interés para el plazo m_{ib}
 $d_t(m_{ib}) =$ valor de la función de descuento en t para el plazo m_{ib}

⁽¹⁰⁾ Si no se observan precios, sino las TIR, los precios son fácilmente calculados a partir de la ecuación (2.7).

⁽¹¹⁾ La ecuación 3.1 es la generalización de la ecuación 1 para el caso en el que la vida del bono no sea un número entero de períodos (años).

La estructura temporal estimada ha de satisfacer los siguientes requisitos:

- 1) abarcar un amplio conjunto de plazos, preferiblemente un continuo, con objeto de poder disponer de los tipos *forward* implícitos para diversos horizontes y plazos
- 2) ser capaz de captar las múltiples formas que la verdadera estructura temporal puede tener (creciente, decreciente, plana, creciente-decreciente, decreciente-creciente, etc.)
- 3) ser suave, sobre todo para los plazos más largos⁽¹²⁾.

Los procedimientos existentes para la obtención de la estructura temporal pueden clasificarse en tres grandes grupos: procedimientos no econométricos, procedimientos de estimación de una curva par y procedimientos de estimación de la función de descuento. A continuación, se describen brevemente dichos métodos, si bien en este trabajo, cuyo objetivo es la búsqueda de un método satisfactorio de obtención de la estructura temporal, tanto de contado como de tipos *forward*, para el caso español, no se han considerado los procedimientos pertenecientes a los dos primeros grupos dado que , o bien no se pueden aplicar, o bien no cumplen satisfactoriamente los objetivos marcados de obtención de estructuras continuas con formas flexibles y suaves.

3.1 Procedimientos no econométricos.

Con cualquiera de los procedimientos de este grupo se obtienen valores discretos de la función de descuento. Para obtener la estructura

⁽¹²⁾ Esta última condición se debe a que no es razonable pensar que la verdadera estructura temporal tenga, por ejemplo, forma ondulada. Es decir, sería difícil explicar en términos económicos que, por ejemplo, el tipo de interés a 10 años (exento de riesgo de crédito, fiscalidad, etc.) sea mucho mas bajo que el de 11 años y este mucho más alto que el de 12 años, que, a su vez sea mas bajo que el de 13 años, etc. Además, estructuras de contado poco suaves pueden dar lugar a estructuras de tipos *forward* explosivas que tienen poca justificación económica.

para un continuo de plazos se procede a interpolar los R_i obtenidos. Dentro de este grupo se encuentran los siguientes:

A) Método recursivo

Si se tiene un total de n bonos (por tanto, n ecuaciones de precio) y un total de n fechas de pago, los R_{m_j} de la ecuación 3.1 serían la solución de un sistema de n ecuaciones (una por bono) con n incógnitas (los R_{m_j}), dado que precio, cupón y fechas de pago son variables conocidas. Dicho sistema puede resolverse fácilmente de forma recursiva.

Ahora bien: para disponer de tal sistema es necesario: a) que los bonos observados tengan las mismas fechas de pago de cupón, b) que uno de los bonos tenga un solo pago pendiente, y c) que cada una de las fechas de pago sea la de vencimiento de uno de los bonos. Desafortunadamente, dichas condiciones no se suelen dar; por ejemplo, en el caso español actualmente se observan precios de unos 20 bonos con unas 60 fechas de pago diferentes.

B) Método de los *swaps*

La parte fija de un *swap* (permuta financiera de tipos de interés) equivale a un bono a la par⁽¹³⁾, emitido el día en que se negocia, con una vida igual a su plazo y TIR y cupón igual al tipo fijo del *swap*. Los *swaps* a distintos plazos negociados en un mismo día tienen fechas de pago de cupones idénticas. Por tanto, si se dispone de tipos de interés de *swaps* para un conjunto de plazos consecutivos es posible obtener la estructura temporal mediante la solución de un sistema de n ecuaciones con n incógnitas; es decir, se puede aplicar el método explicado en el subapartado A).

Sin embargo, en la actualidad no se negocian *swaps* a todos los plazos, por lo que, antes de aplicar el procedimiento explicado, hay que interpolar algunos tipos. Además, algunos de los plazos negociados son poco líquidos por lo que los tipos negociados incorporan, además de

⁽¹³⁾ Un bono a la par es aquel con precio 100 y TIR igual al cupón.

primas por riesgo de contrapartida, primas de liquidez⁽¹⁴⁾. Como consecuencia de ello, este procedimiento da lugar a estructuras de tipos *forward* poco suaves.

C) Método de las TIR

Un procedimiento habitual de obtención de la estructura temporal es tomar como R_i la TIR de un bono con i años de vida, interpolando linealmente para aquellos plazos para los que no se dispone de TIR. Sin embargo, ello lleva necesariamente a un sesgo en la estructura calculada de este modo, a no ser que sea plana.

En el epígrafe 2, se explicó que la TIR de un bono a M años es función de : $R_1, R_2 \dots R_M$, de M y del cupón. La forma funcional es compleja, pero se asemeja a una media geométrica de los R_i . Por ello, si la verdadera estructura temporal es creciente, la estimada estará sesgada a la baja, y, si es decreciente, el sesgo será al alza⁽¹⁵⁾. Por último, si la pendiente de la verdadera curva de rendimientos cambia de signo, el punto de cambio puede ser distinto en la estimada, de forma que puede haber un tramo en la que ambas curvas tengan pendientes de diferente signo. Además, el sesgo depende, de forma no lineal, del importe del cupón y de los años de vida hasta el vencimiento⁽¹⁶⁾. Como consecuencia de estos problemas, se pueden obtener estructuras de tipos de interés al contado y, lo que es más problemático, de tipos *forward* implícitos poco suaves.

⁽¹⁴⁾ Estas primas pueden ser importantes, debido a la naturaleza de este mercado en el que los bancos suelen actuar como *dealers*, intentando tener posiciones netas nulas para minimizar su riesgo. En los plazos menos líquidos, en los que es menos probable conseguir una posición neta nula, imponen primas más altas.

⁽¹⁵⁾ Una demostración sencilla del signo de este sesgo puede encontrarse en Bierwag (1987).

⁽¹⁶⁾ Una explicación exhaustiva de los problemas de aproximar los R_i mediante los TIR aparece en Buse (1970).

D) Método de los FRAS⁽¹⁷⁾

Los FRAS (*forward rate agreements*) son operaciones a plazo cuyo activo subyacente son depósitos interbancarios; es decir, son equivalentes a los *forward* implícitos definidos en el epígrafe 2, pero, a diferencia de estos, corresponden a tipos efectivamente negociados en los mercados. Si se negociaran FRAS para numerosos plazos y horizontes⁽¹⁸⁾, se podrían obtener los restantes, así como los tipos de interés de contado, aplicando argumentos de no arbitraje en los mercados. Sin embargo, el plazo más largo negociado es un año y el horizonte más lejano también es un año. Ello implica que si, por ejemplo, se quiere obtener la curva *forward* a un plazo de tres meses, el horizonte más lejano disponible es de 21 meses. Por tanto, este procedimiento es útil para obtener la estructura temporal del corto plazo, pero no la del largo plazo.

3.2 Métodos que estiman una curva teórica a la par

Este método consiste en regresar una forma funcional que relaciona la TIR de un bono con su plazo. Con los coeficientes estimados, se obtiene la TIR para el continuo de plazos. Los R_t se calculan aplicando el método recursivo. Como para aplicar dicho método se necesita conocer los cupones de los bonos, la alternativa más utilizada es suponer que las TIR estimadas corresponden a bonos a la par, ya que estos tienen un cupón igual a la TIR y un precio igual a 100. Otra alternativa es construir cupones hipotéticos mediante la interpolación de los existentes.

El procedimiento de obtención de la estructura temporal a partir de la modelización de la relación TIR plazo ha sido de los primeros utilizados en la literatura, a partir de diversas formas funcionales. Una versión muy sofisticada de este procedimiento ha sido utilizada por el Banco de Inglaterra hasta muy recientemente, si bien el objetivo no era

⁽¹⁷⁾ Una explicación detallada de este método aparece en Díaz de Hoyo J.L y Prado J. (1994).

⁽¹⁸⁾ Fechas de inicio en la terminología de los FRAS.

estimar una estructura temporal y sus correspondientes tipos *forward*, sino simplemente obtener una curva par que sirviera para determinar el tipo de interés al que el Tesoro debía prestar a corporaciones locales y empresas públicas⁽¹⁹⁾.

Los principales problemas de este procedimiento radican en que no se reconoce que los pagos de los distintos cupones deben descontarse a diferentes tipos de interés y que la forma funcional estimada es discrecional, sin ningún fundamento teórico. Por otra parte, el procedimiento dará un buen ajuste, solo en la medida en que los TIR negociados en cada plazo se acerquen a sus cupones.

3.3 Métodos que estiman la función de descuento

Como se ha dicho anteriormente, la estructura temporal y la función de descuento contienen la misma información expresada de diferente forma. Por tanto, un método de obtención de la estructura temporal es estimar la función de descuento de la que se sabe que tiene que cumplir ciertas condiciones: ha de ser monótona decreciente, positiva y con $d(0)=1$ y $d(\infty)=0$.

Desde el trabajo pionero de McCulloch (1971 y 1973) prácticamente todos los procedimientos utilizados en la literatura económica para estimar la estructura temporal se basan en la estimación de la función de descuento, bien directamente o bien restringiendo la misma a una cierta forma funcional.

La ecuación 3.1 se asemeja a una ecuación de regresión lineal si se le añade un término de error que puede justificarse por el hecho de que los precios utilizados en el lado izquierdo de la ecuación sean la cotización media entre oferta y demanda o precios medios cruzados. En dicha ecuación, los coeficientes que habría que se habrían de estimar serían las $d(m_b)$, es decir, los valores de la función de descuento para los distintos

⁽¹⁹⁾ Ver Bank of England (1990) y Mastronikola (1992).

plazos, y los regresores, el importe de los cupones y el principal. De esta manera, se podría estimar directamente valores discretos de la función de descuento (tantos como fechas de pago de cupones) e interpolar para los restantes.

Sin embargo, para poder realizar la regresión, se requiere disponer de más bonos (observaciones) que fechas de pago (que determinan el número de coeficientes que se han de estimar). En el caso español dicho requisito está lejos de cumplirse, ya que habría que estimar unos 60 valores de la función de descuento y se dispone, actualmente, de unas 30 observaciones (unas 20 de bonos y unas 10 de corto plazo).

Aun en el caso de que se disponga de observaciones suficientes, la estimación suele tener problemas de multicolinealidad, a no ser que en cada una de las fechas de pago que se van a utilizar se produzca el vencimiento de al menos un bono (Chambers, Carleton y Waldman, 1984). Una solución a este problema es restringir la estimación a un subconjunto de bonos que cumpla dicha condición a costa de obtener menos valores de la función de descuento. Este es el procedimiento seguido por Carleton y Cooper (1976).

Cuando no es posible la estimación directa de la función de descuento, una alternativa es imponer una forma funcional a esta. La aproximación más trivial es utilizar un simple polinomio de orden s . (por ejemplo: $d(m) = 1 + a_1 m^1 + \dots + a_s m^s$). Sin embargo, McCulloch (1971) señala que esta aproximación tiende a dar un ajuste demasiado suave en la primera parte de la curva de rendimiento (corto plazo) y demasiado explosivo en la parte final (largo plazo), a no ser que el orden del polinomio sea muy alto.

McCulloch, en sus artículos de 1971 y 1975, propone un método alternativo consistente en la aproximación mediante *un spline* de orden cúbico o cuadrático. En esencia, la aproximación mediante un *spline* consiste en ajustar la función de descuento mediante polinomios de orden q (generalmente cuadrático o cúbico), cuyos parámetros toman diferentes valores para los diferentes intervalos en los que se divide el espectro temporal para el que se estima la función de descuento. Además, dichos

parámetros han de ser tales que la función de descuento sea continua hasta su $(q-1)$ derivada. El número de intervalos en los que se divide el espectro estimado y los vértices de los mismos es discrecional, dentro de unos límites impuestos por el número de observaciones. El número de parámetros que se estiman depende del orden del *spline* y del número de intervalos en que se divide el espectro: si el número de intervalos es I , el número de parámetros a estimar es $I+2$ para el *spline* cúbico e $I+1$ para el *spline* cuadrático.

En la medida que el número de observaciones lo permita son preferible los *spline* de orden cúbico a los de orden cuadrático, ya que éstos últimos dan lugar a unas curvas *forward* poco suaves como consecuencia de que la segunda derivada de la función de descuento es escalonada, y, por tanto (véase ecuación 2.11), la primera derivada de la curva *forward* no es continua.

El método de McCulloch de estimación de la función de descuento mediante un *spline* cúbico ha sido ampliamente utilizado⁽²⁰⁾, ya que presenta numerosas ventajas: se estima la estructura temporal para el continuo del espectro temporal observado, permite una estimación lineal y es suficientemente flexible para captar las múltiples formas que puede tener la función de descuento. Sin embargo, tiene la desventaja (Shea, 1984) de dar lugar a formas poco suaves en el extremo más lejano de la curva estimada, contrariamente a lo que sería razonable pensar, pudiendo llevar la obtención de tipos *forward* explosivos para horizontes lejanos.

Se han propuesto numerosas alternativas al método de McCulloch: polinomios Bernstein (Schaefer, 1981); *spline* exponenciales (Vasicek y Fong, 1982); polinomios exponenciales (Chambers, Carleton y Waldman, 1984); suavización de *splines* (Fisher, Nychka y Zervos, 1995) etc., que, en general, no han resultado ser superiores a la metodología de McCulloch, bien porque no son flexibles, bien porque implican supuestos no contrastables, o bien porque no se obtienen mejores resultados e implican métodos de estimación complejos y costosos.

⁽²⁰⁾ Para el caso español, ha sido utilizado por Ezquiaga, Jara y Gómez (1994)

Nelson y Siegel (1987) proponen un método que ha obtenido resultados prometedores. Su propuesta consiste en suponer que los tipos *forward* convergen asintóticamente a un cierto nivel. Tanto la velocidad a la que el tipo *forward* se acerca a su nivel asintótico como dicho nivel son parámetros que se estiman. Este método permite cierta flexibilidad de la función de descuento y requiere únicamente la estimación de cuatro parámetros. En su artículo de 1985, Nelson y Siegel utilizan esta forma funcional únicamente con datos de Treasury Bills (con una vida desde 0 a 18 meses), pero Dablquist y Svensson (1993) y Deacon y Derry (1994a), lo han aplicado a precios de bonos con resultados muy satisfactorios. Recientemente, Svensson (1994) ha modificado ligeramente el método con objeto de dotar de mayor flexibilidad a la función de descuento estimada.

Para el presente trabajo se han elegido los métodos de estimación de McCulloch, Nelson y Siegel, y Svensson. Las razones de esta elección pueden resumirse en que, además de cumplir minimamente los requisitos de continuidad flexibilidad y suavidad de la estructura estimada, son métodos parsimoniosos (en el caso de McCulloch, se estiman, generalmente 5 o 6 parámetros, en el de Nelson y Siegel 4, y en el de Svensson 6), factor importante para tener en cuenta en el caso español donde el número de observaciones no suele pasar de 30, y de relativamente fácil aplicación, factor también importante si lo que se está buscando es una estimación sistemática de la estructura temporal. A priori, el método de McCulloch es el más flexible y el de Svensson el de estimación más costosa, principalmente cuando se tienen pocas observaciones. A continuación se procede a una explicación más detallada de los tres métodos.

4. EL MÉTODO DE McCULLOCH (APROXIMACIÓN *SPLINE* CÚBICA)

Este método consiste en dividir el espectro temporal para el que se estima la función de descuento en $(k-2)$ intervalos, definidos por $(k-1)$ vértices, de forma que dicha función pueda expresarse como una combinación lineal de k funciones, es decir⁽²¹⁾:

⁽²¹⁾Por simplicidad, se omite el superíndice t . Todas las ecuaciones de este apartado se refieren a un mismo momento del tiempo.

$$d(m) = a_0 + \sum_{h=1}^k a_h g_h(m) \quad (4.1)$$

donde las $g_h(m)$ son funciones polinómicas de hasta orden 3, definidas por intervalos y tales que la función de descuento, su primera y segunda derivada son continuas. La forma funcional de las g_h se describe en el apéndice 1.

Con objeto de que la función de descuento para $m=0$ sea igual a la unidad, se hace $a_0=1$ y $g_h(0)=0$.

Sustituyendo (4.1) en (3.1)⁽²²⁾

$$P_b + cc_b = C_b \sum_{i=1}^v \left(1 + \sum_{h=1}^k a_h g_h(m_{ib}) \right) + 100 \left(1 + \sum_{h=1}^k a_h g_h(m_{vb}) \right) \quad (4.2)$$

$b=1, 2, \dots, n$

ordenando términos, se obtiene:

$$P_b + cc_b = 100 + V_b C_b + \sum_{h=1}^k a_h \left(100 g_h(m_{vb}) + C_b \sum_{i=1}^v g_h(m_{ib}) \right) \quad (4.3)$$

donde V_b es el número de cupones pendientes de pago para el bono b , y haciendo:

$$Y_b = P_b + cc_b - 100 - V_b C_b$$

y

$$X_{hb} = 100 g_h(m_{vb}) + C_b \sum_{i=1}^v g_h(m_{ib})$$

la ecuación (4.3) puede escribirse:

⁽²²⁾ McCulloch utiliza composición en tiempo continuo, lo que implica suponer que el pago de los cupones se realiza de forma continua. Aquí no se hace dicho supuesto.

$$Y_b = \sum_{h=1}^k a_h X_{hb} \quad b=1, \dots, n \quad (4.4)$$

donde las Y_b y las X_{hb} son variables conocidas. Añadiendo a (4.4) un término de error⁽²³⁾, los coeficientes a_h pueden estimarse por MCO.

Una vez obtenidos los \hat{a}_h , se puede obtener el valor de la función de descuento para cualquier plazo, dentro del rango estimado, y los correspondientes tipos de interés y *forward* implícitos. Dado que la forma funcional de la función de descuento no está definida para plazos mayores al máximo observado, este método no permite calcular valores de la función de descuento o de los tipos de interés superiores a dicho plazo, o tipos *forward* implícitos para horizontes más lejanos al observado (en nuestro caso, actualmente, 14 años).

Si el número de funciones g_h utilizadas para la aproximación es k , el número de intervalos en los que se divide el rango de plazos para los que se estima la función de descuento es $(k-2)$. El número k es discrecional, pero hay que tener en mente que, si es muy bajo, no será posible ajustar bien la función de descuento cuando toma formas "difíciles" (téngase en cuenta que, dentro de cada intervalo, la función de descuento se aproxima por un polinomio cúbico), y, si es muy elevado, la función estimada será poco suave (se ajustará demasiado a posibles *outliers*), además de perder grados de libertad. McCulloch propone (y así se ha hecho en este trabajo) hacer k igual a la raíz cuadrada del número de observaciones (redondeada al entero más próximo).

La localización de los extremos de los intervalos en los que se divide el rango temporal estimado también es discrecional. En este trabajo, siguiendo a McCulloch, se han localizado de forma que todos los intervalos tengan un número igual de observaciones (o como máximo que se diferencian en una observación).

⁽²³⁾ En nuestro caso, justificado porque los precios utilizados corresponden a la mediana de precios negociados en un mismo día, por lo que la ecuación 3.1 no se cumplirá con exactitud.

5. MÉTODO DE NELSON Y SIEGEL

Nelson y Siegel (1987) consideran que es razonable suponer que los tipos *forward* implícitos a cualquier plazo son asintóticos a un cierto nivel. Ello implica suponer que los tipos *forward* para horizontes lejanos son casi idénticos (por ejemplo, el tipo *forward* implícito a 1 año para dentro de 20 años es muy parecido al tipo *forward* implícito a 1 año para dentro de 21 años). Esta condición se cumple si el tipo *forward instantáneo* (φ_m) es la solución a una ecuación diferencial de segundo orden en m , con raíces reales iguales, es decir:

$$\varphi_m = \beta_0 + \beta_1 \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right) + \beta_2 \frac{m}{\tau} \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right) \quad (5.1)$$

donde β_0 , β_1 , β_2 y τ son los parámetros que se estiman⁽²⁴⁾.

Integrando (5.1) entre 0 y m y dividiendo por m se obtiene el correspondiente tipo al contado (ver ecuación 2.12).

$$r_m = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \frac{\tau}{m} \left(1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right)\right) - \beta_2 \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right) \quad (5.2)$$

y sustituyendo en $d(m)$ (ver ecuación 2.8):

$$d(m) = \exp\left[-\beta_0 m - (\beta_1 + \beta_2) \tau \left(1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right)\right) + \beta_2 m \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right)\right] \quad (5.3)$$

⁽²⁴⁾En su artículo de 1987, Nelson y Siegel estiman únicamente β_0 , β_1 y β_2 para varios valores de τ , lo que permite una estimación por MCO. En este trabajo, siguiendo a Dahlquist y Svensson (1993) y Dearnry y Deacon (1994), se estima también τ .

La ecuación que se estima se obtiene sustituyendo (5.3) en la ecuación de precio de un bono (ecuación 3.1), es decir:

$$P_b + cc_b = C_b \sum_{i=1}^v d(m_{i,b}, \beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau) + 100 d(m_{v,b}, \beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau) \quad (5.4)$$

donde el vector de parámetros $(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau)$ se estima por métodos no lineales o máxima verosimilitud.

Los parámetros $(\beta_0, \beta_1, \beta_2 \text{ y } \tau)$ tienen la siguiente interpretación: el parámetro β_0 es el valor asintótico del tipo *forward* (y de contado) $(\beta_0 = \varphi_\infty = r_\infty)$. La suma de β_0 y de β_1 es el tipo *forward instantáneo* y de contado para un plazo infinitesimalmente pequeño $(\beta_0 + \beta_1 = \varphi_0 = r_0)$. El parámetro τ depende de la tasa a la que el tipo *forward instantáneo* se acerca a su nivel asintótico (β_0) : cuanto más pequeño sea τ , más pequeño será el valor de m para el que el tipo *forward* es casi idéntico a β_0 . Por último, el signo del parámetro β_2 determina la existencia de un máximo interior $(\beta_2 > 0)$, un mínimo interior $(\beta_2 < 0)$, o monotocidad $(\beta_2 = 0)$ en la estructura de tipos *forward*.⁽²⁵⁾

6. MÉTODO DE SVENSSON

Svensson (1994) supone también que los tipos *forward* convergen a un cierto nivel, pero añade un término adicional a la forma funcional del tipo *forward instantáneo* utilizada por Nelson y Siegel con objeto de dotar a la estructura de tipos *forward* de más flexibilidad, permitiendo, por ejemplo, la existencia de un máximo y de un mínimo interiores. La forma funcional del tipo *forward instantáneo* utilizada por Svensson es la siguiente:

⁽²⁵⁾Esta forma funcional sólo admite un mínimo o un máximo, pero no ambos.

$$\varphi_m = \beta_0 + \beta_1 \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right) + \beta_2 \frac{m}{\tau} \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right) + \beta_3 \frac{m}{\tau_1} \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) \quad (6.1)$$

donde β_0 , β_1 , β_2 , τ , β_3 y τ_1 son los parámetros que se estiman⁽²⁶⁾.

Integrando (6.1) se obtiene:

$$\begin{aligned} r_m = & \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \frac{\tau}{m} \left(1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right)\right) - \beta_2 \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right) \\ & + \beta_3 \frac{\tau_1}{m} \left(1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right)\right) - \beta_3 \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) \end{aligned} \quad (6.2)$$

y sustituyendo (6.2) en la ecuación de la función de descuento y de precio del bono se obtiene la ecuación que se estima por métodos no lineales o máxima verosimilitud.

7. DATOS UTILIZADOS

Los datos utilizados corresponden a los precios cruzados en el mercado entre Titulares en el Sistema de Anotaciones en Cuenta de Deuda del Estado. Dichos datos presentan los siguientes problemas:

1. Escasez de datos para el corto plazo. Para los plazos inferiores a un año, los instrumentos idóneos son las letras del Tesoro. Sin embargo, el mercado secundario de estas es poco activo, sobre todo con aquellas letras con menos de 3 meses de vida. Por ello, para los plazos inferiores a los tres meses se han utilizado datos procedentes de las operaciones simultáneas, que son equivalentes a instrumentos emitidos al descuento

⁽²⁶⁾En su artículo de 1987, Nelson y Siegel estiman únicamente β_0 , β_1 y β_2 para varios valores de τ , lo que permite una estimación por MCO, dado que, además, utilizan únicamente precios de instrumentos al descuento (*US Treasury Bills*). En este trabajo, siguiendo a Svensson (1993) y Dearnry y Deacon (1994) se estima también τ .

con una vida igual al plazo de la simultánea.⁽²⁷⁾

2. La mayor parte de las operaciones cruzadas con bonos se realiza con fecha valor entre 5 y 7 días posterior a la fecha de contratación. Por ello, se han actualizado los precios de cada una de las operaciones cruzadas utilizando el tipo de interés de las operaciones simultáneas a una semana.

3. Para el período enero 1991-marzo 1994, no se dispone de precios para un mismo momento. Para dicho período, se dispone de datos de cada una de las operaciones cruzadas en un día con los distintos instrumentos, pero no se sabe la hora de contratación. Como aproximación y en el supuesto de que el precio de los distintos bonos y letras haya seguido una evolución paralela a lo largo del día, se han utilizado las medianas de los precios cruzados. Desde marzo de 1995, se dispone de los precios cotizados a las tres de la tarde, y se ha tomado la media entre los de oferta y demanda.

7. RESULTADOS

De la estimación diaria de la estructura temporal de tipos de interés, para el período enero 1991-mayo 1995, con los métodos de McCulloch, de Nelson y Siegel y de Svensson y siguiendo el criterio de minimización de la suma de errores en precio al cuadrado, se obtienen las siguientes conclusiones:

1. Los resultados obtenidos con cualquiera de los tres métodos son buenos y, en general, muy similares entre sí en cuanto a bondad de ajuste global, tanto para el conjunto del período estudiado como día a día.

Así, en los cuadros 1 a 3 se presentan, a modo de ejemplo, los coeficientes estimados y algunas medidas de bondad de ajuste

⁽²⁷⁾Una simultánea es una operación en la que el comprador contrata simultáneamente con el vendedor una operación de compra al contado de un bono y una operación a plazo de venta del mismo bono para la fecha T. (T-t) es el plazo de la simultánea.

correspondientes a las estimaciones para tres fechas de 1995 (3 de enero, 10 de marzo y 23 de mayo). La estructura temporal de tipos de contado y de *forward* obtenidas para dichas fechas se representan en los gráficos 1 y 2. Se observa que, tanto la suma de los errores en precio al cuadrado (SEE) como la media del valor absoluto de los errores en precio (MAEP) y la media del valor absoluto de los errores en TIR (MAET)⁽²⁸⁾, son similares entre los tres métodos probados para cada uno de los días presentados. También se observa que las curvas de tipos de contado estimadas son similares, si bien las de tipos *forward* correspondientes al método de McCulloch son diferentes, para el horizonte lejano, a las de Svensson y a las de Nelson y Siegel.

La similitud entre la bondad de ajuste global de los resultados de las estimaciones de los tres métodos queda reflejada de una manera más general en el cuadro 4. En dicho cuadro, se han calculado la media, desviación estándar, el máximo y el mínimo de las series de SEE, MAEP y MAET obtenidas con las estimaciones diarias con cada una de las tres formas funcionales de la función de descuento utilizadas. Cualquiera de los estadísticos mencionados tiene valores muy similares entre los tres métodos. Además, las fechas en las que se obtienen los valores extremos coinciden, como consecuencia de que la bondad de ajuste es similar no sólo en conjunto sino también día a día: cuando el ajuste es relativamente malo con uno de los procedimientos también lo es con los otros dos. Ello conduce a pensar que cuando se produce un ajuste malo se debe más a problemas de los datos que a problemas de cualquiera de los dos métodos considerados.

2. Cualquiera de los tres métodos se muestra superior a otros alternativos tales como el de la TIR o el método recursivo utilizando los tipos de interés de los swaps.

En el gráfico 3, se representan las curvas de tipos de interés de contado y de *forward* obtenidas para dos fechas determinadas (25 de abril de 1994 y 24 de abril de 1995) con los siguientes métodos: método de

⁽²⁸⁾Donde el error en TIR = TIR observada - TIR correspondiente al precio estimado.

McCulloch, método de Nelson y Siegel, Método de Svensson, interpolación de las TIR observadas en el mercado y método recursivo aplicado a los *swaps*. En dicho gráfico, destaca la poca suavidad de las curvas *forward* obtenidas con los *swaps* y, sobre todo, con el método de las TIR, que pone de manifiesto que cualquiera de dichos procedimientos es poco adecuado cuando se trata de obtener estructuras de tipos *forward* con objeto de obtener información sobre las expectativas del mercado acerca de los tipos de interés futuros.

3. El método de McCulloch presenta, con cierta frecuencia, curvas forward con pendientes muy acusadas para los horizontes más lejanos.

Las curvas *forward* estimadas con el método de McCulloch presentan, con cierta frecuencia, pendientes demasiado acusadas y cambiantes para los horizontes más lejanos (a modo de ejemplo, ver gráfico 2), cuando sería razonable obtener lo contrario, ya que es difícil justificar que, por ejemplo, el tipo *forward* a un año para dentro de 12 años sea muy diferente al de un año para dentro de 13 años. En el gráfico 4 se representa la evolución, a lo largo de 1994, de los tipos *forward* a un año para diversos horizontes estimados con los métodos de Nelson y Siegel y de McCulloch. Se aprecia que el tipo *forward* a 1 año para dentro de 10 años estimado con el método de McCulloch varía excesivamente de un día para otro. Dicha variación parece deberse más a problemas con el método de estimación que a cambios que pudieran observarse en la verdadera estructura temporal.

4. Los métodos de McCulloch y Svensson presentan un peor ajuste que el método de Nelson y Siegel para el muy corto plazo.

En el cuadro 5, se han calculado las medias, para el período enero-mayo de 1995, del valor absoluto de los errores en precio (columnas

1, 2 y 3) y en TIR (columnas 4, 5 y 6)⁽²⁹⁾ obtenidos para cada uno de los instrumentos de deuda (simultáneas, letras, bonos y obligaciones) utilizados en las estimaciones.

Cabe señalar que, para la mayor parte de los bonos y obligaciones, el error en precio obtenido con cualquiera de los tres métodos es menor a 15 puntos básicos (centésima de punto porcentual), que no supera el diferencial medio observado en el mercado, durante el mismo período, entre los precios de oferta y demanda.

Para el muy corto plazo, los errores en precio obtenidos son pequeños, pero sistemáticamente menores cuando las estimaciones se realizan con el método de Nelson y Siegel. Ahora bien: para el corto plazo, un error en precio pequeño puede significar un error grande en TIR⁽³⁰⁾, tal y como se observa en las columnas 4, 5 y 6 del cuadro 5 donde se aprecia una notable ventaja del método de Nelson y Siegel hasta el plazo de 1 mes. Si bien para la mayor parte de los restantes plazos, el método de McCulloch es el que mejor ajuste presenta, la ventaja frente al método de Nelson y Siegel es muy marginal: de unos 2 puntos básicos de TIR en media (ver las dos últimas columnas del cuadro 5).

Por tanto, cuando se estima minimizando la suma de errores al cuadrado en precio, el método de Nelson y Siegel es el que resulta más

⁽²⁹⁾ Se calcula el error en TIR y no el diferencial entre la TIR observada y el tipo de interés estimado para el plazo correspondiente porque, para los bonos con cupón, un pequeño diferencial entre TIR y tipo de interés no es indicativo de un buen ajuste, ya que la TIR de dichos bonos, como se explicó en el epígrafe 2, no coincide con el tipo de interés al plazo del bono correspondiente. Sin embargo, para el corto plazo, como los instrumentos son al descuento, es indiferente uno u otro diferencial.

⁽³⁰⁾ Téngase en cuenta que, dado un error en precio, el correspondiente error en TIR es función del error en precio dividido por la duración. Por tanto, cuanto menor duración, mayor error en TIR. La diferencia en error entre el corto plazo puede ser importante: por ejemplo, partiendo de un precio correspondiente a un tipo de interés del 10%, un error en precio de 10 puntos básicos implica un error en TIR de 80 puntos básicos (p.b.) para un bono cupón cero con 1 día de vida, mientras que si dicho bono tiene 3 meses de vida el error en TIR es de 0.20 p.b., y si tiene 10 años el error en TIR es de 0.008 p.b.

satisfactorio entre los tres probados. El método de McCulloch presenta problemas con los tipos *forward* para horizontes lejanos y un peor ajuste, junto con el método de Svensson, para el muy corto plazo de la estructura de contado.

Si bien el método de Nelson y Siegel consigue ajustar mejor el corto plazo, dicho ajuste no resulta plenamente satisfactorio: como se observa en el cuadro 5, para el período presentado y hasta el plazo de dos meses el error en TIR supera los 20 puntos básicos. Dicho ajuste es mejorable si, en vez de optar por el criterio de estimación de minimizar el error al cuadro en precio, se opta por el criterio de minimizar el error al cuadrado en TIR⁽³¹⁾, si bien de esta manera el ajuste, en precio, para el largo plazo puede resultar algo peor⁽³²⁾. El criterio de estimación que se elija depende del uso que se quiera dar a la curva estimada. Dado que aquí se trata de construir un indicador para la política monetaria, parece más adecuado el método que consiga un mejor ajuste relativo para el corto plazo.

En el cuadro 6, se presenta un resumen de los resultados correspondientes a las estimaciones realizadas para el mes de marzo de 1995 con tres alternativas: método Nelson y Siegel minimizando el error en precio, método de Nelson y Siegel minimizando el error en TIR y método de Svensson minimizando el error en TIR. Las estructuras temporales a las que dan lugar las estimaciones con la primera y tercera alternativa son muy similares, así como la bondad de ajuste global. Sin embargo, tal y como se observa en el cuadro 6, el método de Svensson minimizando el error en TIR consigue una notable mejoría en el ajuste para el corto plazo. Por tanto, de los métodos probados, este es el más idóneo para estimar la estructura temporal de tipos de interés para su utilización como

⁽³¹⁾ Minimizar el error en TIR consiste en: dada la forma funcional impuesta se estima el precio, dado este precio estimado se calcula la TIR correspondiente y se compara con la observada, siendo el criterio minimizar este error. No se trata, por tanto, de realizar un ajuste de TIR del tipo explicado en el epígrafe 3.

⁽³²⁾ Un mismo error en TIR da lugar a un error en precio comparativamente mayor para el largo plazo, ya que dicho error es igual a la duración del instrumento multiplicada por el error en TIR.

indicador para la política monetaria⁽³³⁾.

Ahora bien: dado que la estimación con el método de Svensson minimizando el error en TIR es considerablemente más costosa, especialmente cuando el número de observaciones es pequeño, y dado que, en general, la bondad de ajuste conseguida es muy similar a la obtenida con el método de Nelson y Siegel, la serie diaria de estructuras temporales de tipos de interés para el período 1991-1994 se ha construido utilizando el método de Nelson y Siegel y optando por el criterio de estimación de minimizar el error en precio⁽³⁴⁾.

Las estructuras temporales de contado estimadas para el periodo enero 1994 - mayo 1995 se resumen en el gráfico 5. En dichos gráfico se observan de forma nítida los cambios que ha experimentado la estructura temporal a lo largo de dicho período. Al comienzo del mismo, la estructura temporal de tipos de interés de contado (gráfico A) presentaba una pendiente negativa hasta el plazo de 3 años y una ligera pendiente positiva a partir de dicho plazo, mientras que en mayo de 1995 presenta una pendiente positiva para todos los plazos. A lo largo de dicho período, se han ido produciendo desplazamientos de la curva hacia arriba, primero solo para los plazos largos, coincidiendo con la crisis internacional de los mercados de deuda, y luego, a partir de la segunda mitad del año y a medida que se afianza la recuperación económica y aparecen los problemas cambiarios de la peseta, también para el corto plazo. No obstante, desde mediados de abril de 1995, se observa un notable desplazamiento hacia abajo de la estructura temporal de tipos de interés de contado para todos los plazos, excepto el muy corto plazo (hasta un mes). Consecuentemente,

⁽³³⁾ Sin embargo, la estimación minimizando el error en tipos y utilizando la forma funcional de Svensson dificulta considerablemente la estimación. Por ello, en la construcción de una base de datos que contenga la estructura temporal estimada diariamente para el periodo 1991-1994 se ha optado por la forma funcional de Nelson y Siegel minimizando el error en precios.

⁽³⁴⁾ Cuando el número de observaciones no es grande y cuando dichas observaciones no corresponden a precios en un mismo momento del día, el número de iteraciones necesarias en la estimación aumenta considerablemente y con frecuencia no se consigue convergencia. Este problema es especialmente frecuente para las estimaciones correspondientes a fechas anteriores a 1993.

se observa que la curva *forward* a 1 año (gráfico B) ha experimentado importantes desplazamientos hacia arriba para todos los horizontes hasta abril de 1995, momento en el que comienza un cambio de tendencia.

8. CONCLUSIONES

La estructura temporal de tipos de interés y, más concretamente, la de tipos *forward* implícitos, es una herramienta de gran utilidad tanto par la política monetaria como para la teoría económica general. Desafortunadamente, dicha estructura no es observable, por lo que se requiere obtenerla mediante algún método de estimación.

El objetivo del presente trabajo es la estimación diaria de la estructura temporal para el caso español utilizando precios de los instrumentos de deuda pública con un doble propósito: por una parte, proporcionar un método satisfactorio y sistemático de obtención diaria de dicha estructura que le permita ser utilizada dentro del conjunto de indicadores de política monetaria; y, por otra parte, elaborar una serie diaria de estructuras temporales estimadas suficientemente larga (1991-1995) que pueda ser utilizada en trabajos posteriores.

Entre los procedimientos probados de estimación de la estructura temporal, los propuestos por Nelson y Siegel y por Svensson son los que muestran mejores resultados en el caso español. Ambos métodos, que suponen que los tipos *forward* implícitos convergen a un cierto nivel, consiguen una buena bondad de ajuste, además de ser capaces de estimar estructuras temporales flexibles y suaves.

Ambos métodos dan lugar a estructuras temporales estimadas muy similares entre sí, la mayor parte de los días. No obstante, cuando se minimiza la suma de errores en TIR al cuadrado, el método de Svensson consigue un mejor ajuste para el corto plazo, por lo que parece el más adecuado para estimar la estructura temporal de tipos de interés que sirva

de indicador para la política monetaria⁽³⁵⁾. Sin embargo, dado que el método de Svensson, cuando se minimiza la suma de los errores en TIR al cuadrado, es notablemente más costoso y sus resultados, para la mayor parte de los días, muy similares a los obtenidos con el método de Nelson y Siegel, la serie diaria de estructuras temporales para el periodo 1991-1995 se ha elaborado siguiendo este último método, minimizando la suma de errores al cuadrado en precio.

⁽³⁵⁾ El método de Svensson minimizando el error en TIR es el que actualmente utiliza el Banco de Inglaterra (ver Bank of England 1994a y 1994b)

<p align="center">CUADRO 1</p> <p align="center">Ejemplos de resultados de estimaciones con método McCulloch</p> <p align="center">criterio de estimación: minimización de la suma de errores en precio al cuadrado</p>			
parámetros	03-01-95	10-03-95	23-05-95
a_1	-7.29E-7 (1.6E-7)*	3.5E-7 (5.6E-7)	-.48E-7 (2.5E-7)
a_2	4.85E-8 (1.1E-8)*	-6.66E-8 (1.0E-7)	9.89E-9 (2.5E-9)*
a_3	7.22E-8 (2.6E-9)*	1.20E-7 (3.9E-8)*	6.66E-8 (2.1E-1)*
a_4	5.17E-9 (3.5E-9)	-6.55E-8 (5.9E-8)	1.20E-8 (3.0E-9)*
a_5	-1.65E-4 (2.1E-5)*	-3.13E-4 (2.1E-5)*	-2.33E-4 (2.6E-4)*
NUM. OBS.	30	24	31
SEE	0.959	0.33	0.64
MAEP	12.68	8.9	9.34
MAET	16.41	11.7	10.70
R^2	99.996	99.996	99.997

SEE= suma de errores en precio al cuadrado (criterio de estimación)

MAEP=media del valor absoluto de los errores en precio (en puntos básicos)

MAET= media del valor absoluto de los errores en TTR (en puntos básicos)

entre paréntesis desviaciones estándar consistentes a heterocedasticidad

CUADRO 2 Ejemplos de estimaciones con método Nelson y Siegel criterio de estimación: minimización de la suma de errores en precio al cuadrado			
parámetros	03-01-95	10-03-95	23-05-95
β_0	10.55 (0.2)*	10.26 (0.4)*	9.01 (0.80)*
β_1	-3.00 (0.5)*	-1.04 (0.51)*	0.20 (0.60)
β_2	-6.11 (0.5)*	6.66 (0.73)*	5.95 (0.12)*
τ	1.98 (0.25)*	3.41 (0.42)*	4.36 (0.94)*
NUM. OBS.	30	24	31
SEE	1.37	0.41	0.68
MAEP	14.21	9.8	11.30
MAET	11.16	11.45	18.85
R^2	99.998	99.998	99.997
NUM. ITER.	6	6	7

SEE= suma de errores al cuadrado en precio (criterio de estimación)

MAEP=media del valor absoluto de los errores en precio (en puntos básicos)

MAET=media del valor absoluto de los errores en TIR (en puntos básicos)

ITER= número de iteraciones realizadas

entre paréntesis desviaciones estándar

CUADRO 3 Ejemplos de estimaciones con método Svensson criterio de estimación: minimización de la suma de errores en precio al cuadrado			
parámetros	03-01-95	10-03-95	23-05-95
β_0	9.77 (1.55)*	10.60 (0.3)*	9.38 (0.73)*
β_1	1.03 (2.9)	-2.62 (1.47)	-.98 (1.15)
β_2	4.26 (1.4)*	7.15 (0.84)*	6.17 (1.05)*
τ	3.84 (1.42)*	2.78 (0.49)*	3.61 (1.07)*
β_3	-1.08 (0.5)*	4.19 (3.55)	2.28 (2.88)
τ_1	0.19 (0.03)*	0.20 (0.07)*	0.32 (0.22)
NUM. OBS.	30	24	31
SEE	1.03	0.38	0.63
MAEP	14.30	9.7	10.01
MAET	25.80	13.5	7.30
R^2	99.998	99.999	99.997
NUM. ITER.	34	12	20

SEE= suma de errores al cuadrado en precio (criterio de estimación)

MAEP=media del valor absoluto de los errores en precio (en puntos básicos)

MAET=media del valor absoluto de los errores en TIR (en puntos básicos)

ITER= número de iteraciones realizadas

entre paréntesis desviaciones estándar

<p align="center">CUADRO 4 RESUMEN DE LOS RESULTADOS DE LAS ESTIMACIONES DIARIAS período: 3-ene-95 al 23-may-95</p> <p align="center">criterio de estimación: minimización de la suma de errores en precio al cuadrado</p>						
	MEDIA			DESV. ESTÁNDAR		
	NyS	Sv	Mc	NyS	Sv	Mc
MAEP	9,3	9,1	8,4	2,5	2,8	2,3
MAET	13	15,6	13,9	4,5	8,6	9,2
SEE	0,6	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3
	MÁXIMO			MÍNIMO		
MAEP	18	24,3	16,4	5,5	5	4,7
MAET	25,5	40,7	53,4	3,6	4,5	4,1
SEE	2,2	3,3	1,7	0,2	0,2	0,2

MAEP=Media del valor absoluto de los errores en precio (en puntos básicos)

MAET=Media del valor absoluto de los errores en TIR (en puntos básicos)

SEE= Suma de los errores en precio al cuadrado (criterio de estimación)

NyS= Nelson y Siegel, Sv= Svensson, Mc= McCulloch

CUADRO 5
MEDIA DE LOS VALORES ABSOLUTOS DEL ERROR EN PRECIO Y TIR POR INSTRUMENTO
 Período: 2-enero-95 al 23-mayo-95

criterio de estimación: minimización de la suma de errores en precio al cuadrado

INSTRUMENTO	ERROR EN PRECIO (en p.b.)			ERROR EN TIR (en p.b.)			MEJOR AJUSTE	NyS-Mc (6-4)	Nys-Mc (3-1)
	1 Mc	2 Sv	3 NyS	4 Mc	5 Sv	6 NyS			
Simultánea 1 día	0,2	0,2	0,1	62,9	68,3	32,8	NyS	-30	-0,1
Simultánea 3 días	0,5	0,6	0,3	59,3	62,5	35,7	NyS	-23,7	-0,2
Simultánea 1 sem.	1	1,1	0,7	53,4	58,5	34,2	NyS	-19,2	-0,4
Simultánea 2 sem.	1,7	1,8	1,4	45,3	48	36,7	NyS	-8,5	-0,3
Simultánea 3 sem.	2,1	2,4	2,2	36,8	42,5	37,7	Mc	0,9	0,1
Simultánea 1 mes	2,3	2,9	2,3	27,4	35,2	27,8	Mc	0,4	0
Simultánea 2 mes.	1,4	3,1	4	8,5	19	23,9	Mc	15,4	2,6
Simultánea 3 mes.	2,6	3,2	4,1	10,6	13,2	16,7	Mc	6,1	1,5
Letras 6 mes.	4,8	5	5	10,2	10,6	10,7	Mc	0,4	0,2
Letras 1 año	13	13,7	15,3	14,5	15,4	17,1	Mc	2,6	2,3
BON 13,45% 96	12,8	11,9	12,5	10,8	10,1	10,6	Sv	-0,2	-0,3
BON 11,90% 96	12,1	12,4	14	8,9	9,1	10,2	Mc	1,3	1,9
BON 11,85% 96	6,9	7,5	8,6	4,6	5	5,7	Mc	1,1	1,7
BON 10,55% 96	23,8	21,8	17,1	14,3	13,1	10,4	NyS	-3,9	-6,7
BON 11,60% 97	11,7	13	13,9	6,5	7,2	7,7	Mc	1,2	2,2
BON 9,00% 97	6,7	7,1	8,2	3,7	3,9	4,5	Mc	0,8	1,5
BON 11,00% 97	10,9	10,5	11,8	5,2	5	5,6	Sv	0,4	0,9
BON 7,30% 97	9,1	8,9	9,6	4,3	4,2	4,5	Sv	0,2	0,5
BON 11,45% 98	9,7	8,4	7,9	3,1	2,7	2,6	NyS	-0,6	-1,8
BON 10,25% 98	11,8	10	8,6	3,7	3,2	2,7	NyS	-1	-3,2
BON 8,30% 98	7,4	5,8	5,6	2,4	1,9	1,8	NyS	-0,6	-1,9
BON 7,40% 99	15,3	15	17,2	4,6	4,5	5,1	Sv	0,6	1,9
OBL 12,25% 00	16	15,1	14,6	3,9	3,7	3,5	NyS	-0,4	-1,4
OBL 11,30% 02	12,6	12,9	13,3	2,5	2,6	2,7	Mc	0,2	0,8
OBL 10,30% 02	9,6	11,7	12,1	1,9	2,3	2,4	Mc	0,5	2,5
OBL 10,90% 03	16,1	17,4	18,3	2,9	3,1	3,3	Mc	0,4	2,2
OBL 10,50% 03	15,2	15,6	15,6	2,7	2,8	2,8	Mc	0,1	0,3
OBL 8,00% 04	15	17,3	17,4	2,9	3,4	3,4	Mc	0,5	2,4
OBL 10,00% 05	13,1	19,9	19,2	2,2	3,4	3,3	Mc	1	6,1
OBL 8,20% 09	1,4	6,4	7,3	0,2	1	1,2	Mc	1	5,9

CUADRO 6
RESULTADOS CON MÉTODOS Y CRITERIOS DE ESTIMACIÓN ALTERNATIVOS
MARZO 1995

emisión	media del error en precio*			media del error en TIR*		
	a	b	c	a	b	c
	N. y S. min precio	N. y S. min TIR	Svensson min TIR	N. y S. min precio	N. y S. min TIR	Svensson min TIR
sim. 1 día	0,13	0,04	0,01	47,56	15,94	3,47
sim. 1 sem.	0,82	0,25	0,04	42,79	12,85	2,03
sim. 2 sem.	1,54	0,34	0,18	37,63	8,26	4,35
sim. 1 mes	1,38	1,18	0,84	16,97	14,50	10,31
sim. 3 mes.	1,88	4,28	1,41	7,81	17,76	5,85
letras 6 mes.	6,04	9,33	1,85	12,84	19,85	3,93
letras 1 año	20,44	18,61	15,93	22,91	20,87	17,87
BON 13.45% abr-96	9,49	13,40	13,36	8,40	11,87	11,82
BON 11.85% ago-96	2,14	9,02	3,48	1,45	6,14	2,36
BON 10.55% nov-96	18,62	30,54	18,38	11,17	18,35	11,03
BON 9% feb-97	5,64	10,24	6,92	3,09	5,63	3,80
BON 7.30% jul-97	2,75	15,24	3,14	1,31	7,29	1,50
BON 11.45% ago-98	3,81	2,72	6,30	1,26	0,90	2,08
BON 10.25% nov-98	7,77	7,30	9,91	2,50	2,35	3,18
BON 8.30% dic-98	5,22	5,66	7,32	1,74	1,88	2,43
BON 7.40% jul-99	15,58	7,26	14,45	4,76	2,22	4,42
OBL 12.25% mar-00	10,74	10,29	10,17	2,65	2,53	2,51
OBL 11.30% ene-02	5,65	34,00	4,56	1,17	7,00	0,94
OBL 10.30% jun-02	13,62	40,94	12,59	2,80	8,41	2,59
OBL 10.90% ago-03	18,01	37,08	16,99	3,32	6,83	3,14
OBL 10.50% oct-03	9,59	26,47	8,63	1,78	4,90	1,60
OBL 8% may-04	16,40	8,53	16,72	3,28	1,70	3,34
OBL 10.00% feb-05	26,92	29,20	26,94	4,74	5,14	4,74
OBL 8.20% feb-09	8,18	65,79	10,45	1,40	11,31	1,77
media total	8,85	16,15	8,77	10,22	8,94	4,63

* = en puntos básicos (centésima de punto porcentual)

a. Se estima la forma funcional de Nelson y Siegel minimizando error al cuadrado en precio

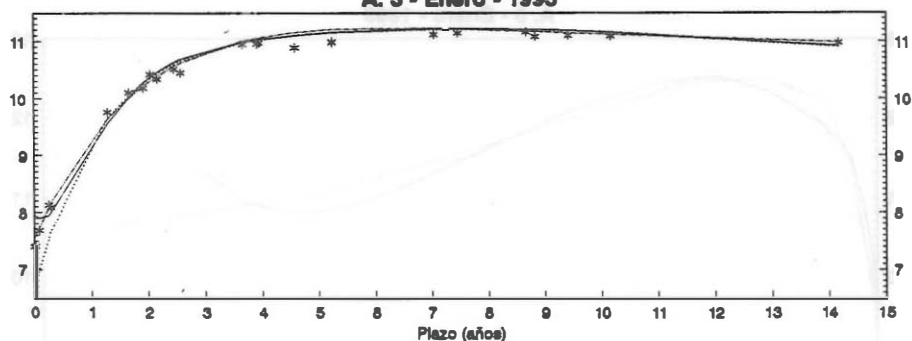
b. Se estima la forma funcional de Nelson y Siegel minimizando error al cuadrado en TIR

c. Se estima la forma funcional de Svensson minimizando el error en TIR.

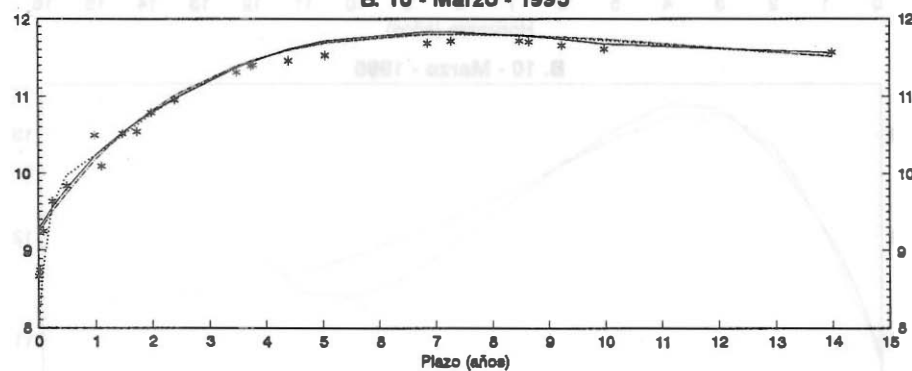
GRÁFICO 1

ESTRUCTURAS DE CONTADO ESTIMADAS. (*)

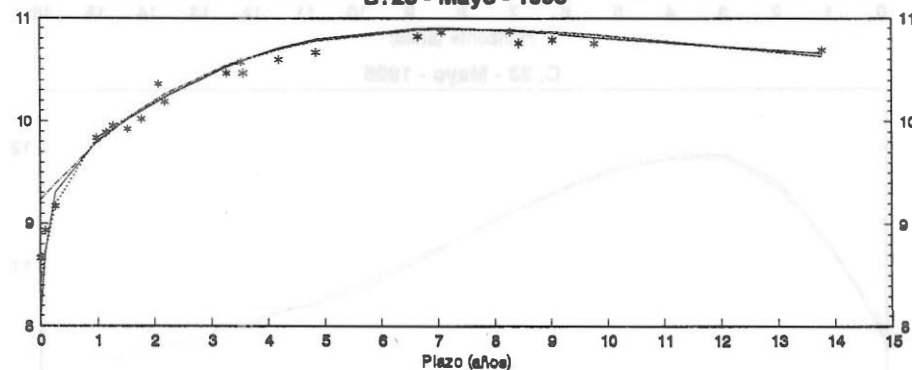
A. 3 - Enero - 1995



B. 10 - Marzo - 1995



B. 23 - Mayo - 1995



Mc Culloch

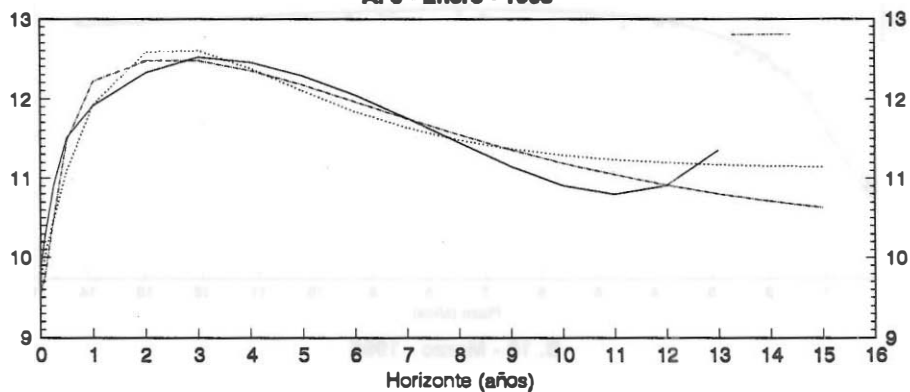
Nelson y Siegel

Svensson

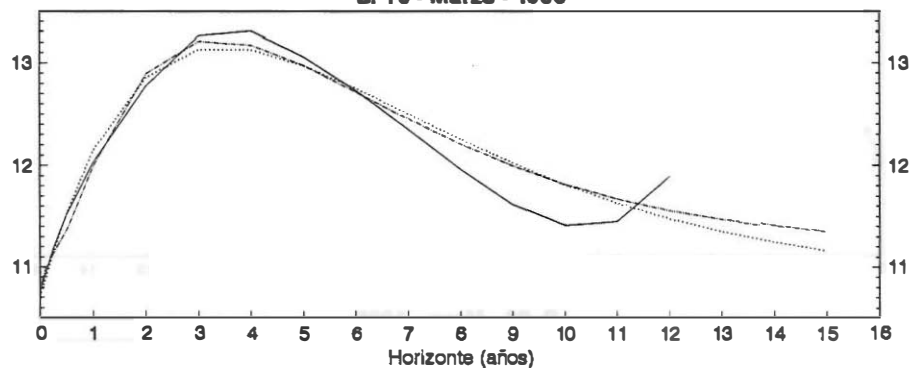
TIR Observada ***

(*) Tipos de interés compuestos en tiempo continuo.

GRÁFICO 2
ESTRUCTURAS FORWARD ESTIMADAS.
TIPOS FORWARD A 1 AÑO
A. 3 - Enero - 1995



B. 10 - Marzo - 1995



C. 23 - Mayo - 1995

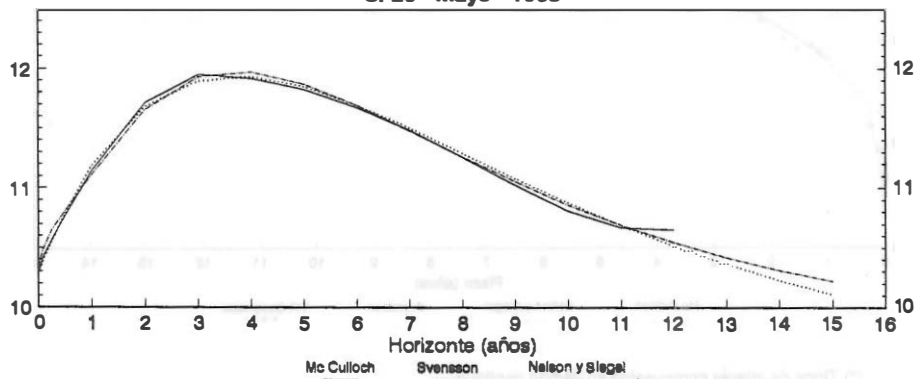
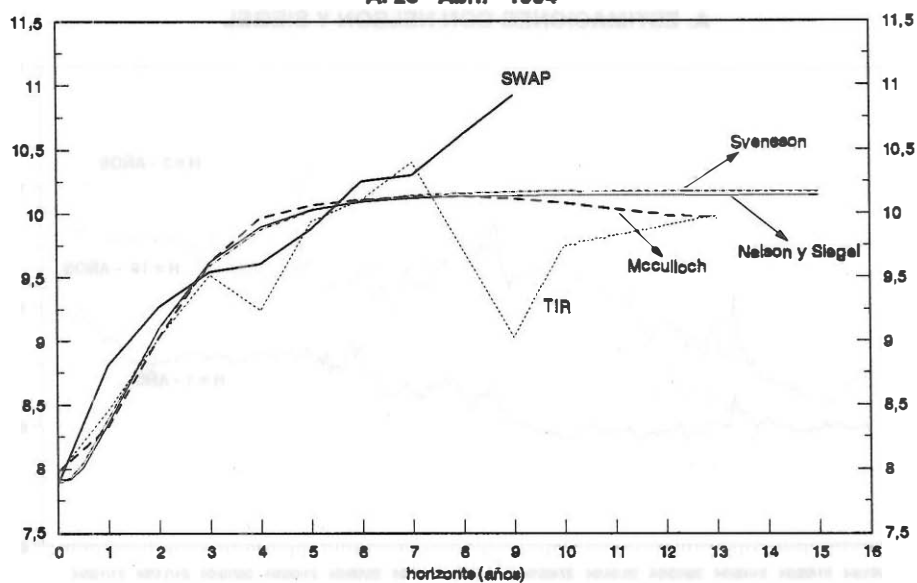


GRÁFICO 3

CURVAS FORWARD ESTIMADAS CON DIVERSOS MÉTODOS TIPOS FORWARD A 1 AÑO A. 25 - Abril - 1994



B. 24 - Abril - 1995

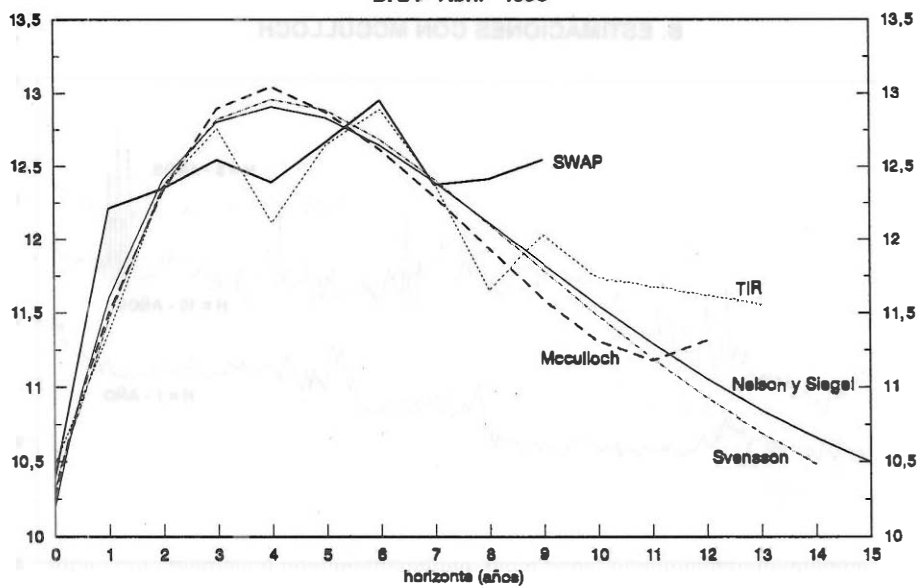


GRÁFICO 4

**EVOLUCIÓN DE LOS TIPOS FORWARD A 1 AÑO ESTIMADOS
A DIVERSOS HORIZONTES (H)**

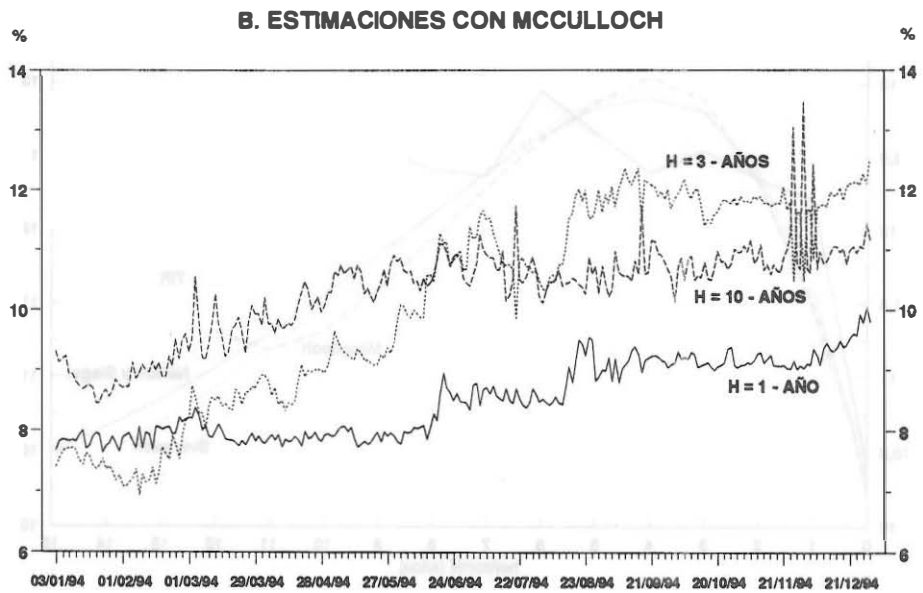
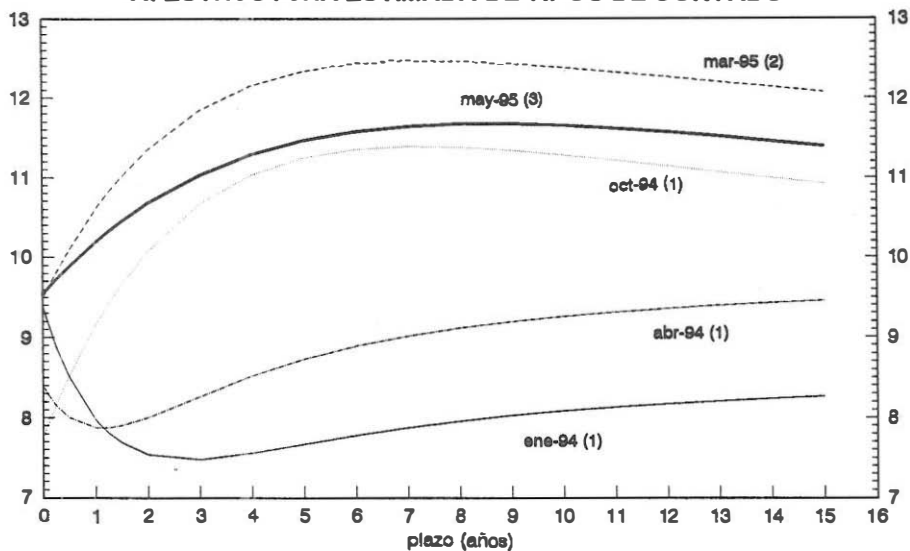
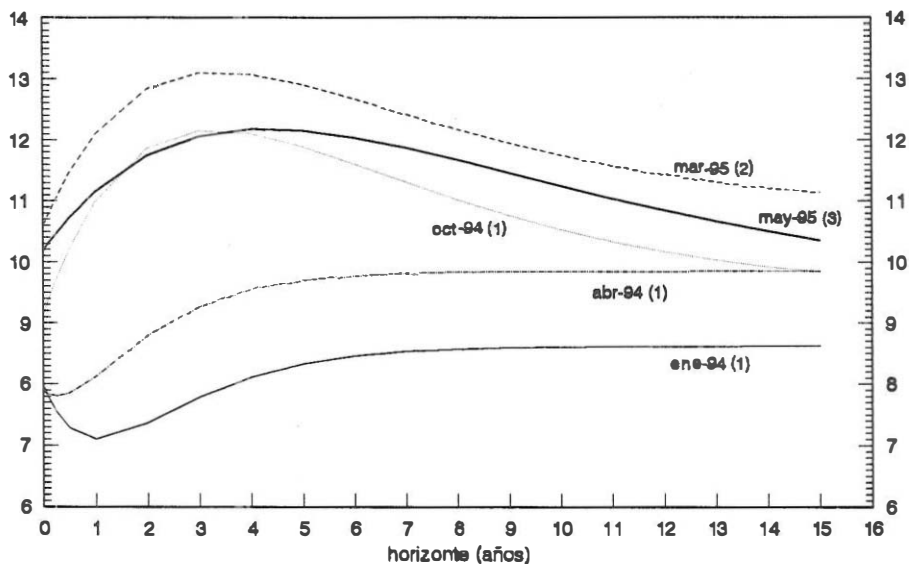


GRÁFICO 5

A. ESTRUCTURA ESTIMADA DE TIPOS DE CONTADO



**B. ESTRUCTURA ESTIMADA DE TIPOS FORWARD.
TIPOS FORWARD A 1 AÑO**



(1) medias mensuales de tipos diarios estimados
(2) medias del periodo 8-mar-95 al 16-mar-95
(3) 9 de mayo 1995

APÉNDICE 1

ESPECIFICACIÓN DE LAS FUNCIONES QUE COMPONEN UN SPLINE CÚBICO CON K. PARÁMETROS

La aproximación mediante un spline cúbico con k parámetros consiste en expresar la función de descuento como una combinación lineal de k funciones $g_h(m)$, definidas por (k-2) intervalos, tales que la función de descuento y sus primera y segunda derivadas sean continuas. Siguiendo a McCulloch k es igual a la raíz cuadrada del número de observaciones, redondeando al entero más próximo.

Los (k-1) vértices ($I_1 \dots I_{k-1}$) de los intervalos se definen de forma que el número de observaciones en cada intervalo sea el mismo, o como máximo que se diferencien en una observación. Ordenando las n observaciones disponibles de menor a mayor plazo, se hace:

$$I_1 = 0$$

$$I_h = m_q + \theta(m_{q+1} - m_q) \quad h=2 \dots k-2, \quad \text{donde:}$$

$$q = \text{parte entera de } \frac{(h-1)n}{k-2} \quad \text{y}$$

$$\theta = \text{resto de } \frac{(h-1)n}{k-2}$$

$$I_{k-1} = m_n = \text{plazo del bono con más vida de los observados.}$$

La forma funcional de las funciones $g_h(m)$ es:

a) Para $h = 1, \dots, k-1$ y

a.1 para $m < I_{h-1}$

$$g_h(m) = 0 \quad (\text{para } h=1 \text{ se hace } I_{h-1} = 0)$$

a.2 para $I_{h-1} \leq m < I_h$

$$g_h(m) = \frac{(m - I_{h-1})^3}{6(I_h - I_{h-1})}$$

a.3 para $I_h \leq m < I_{h+1}$

$$g_h(m) = \frac{c^2}{6} + \frac{ce}{2} + \frac{e^2}{2} - \frac{e^3}{6(I_{h+1} - I_h)}$$

donde:

$$c = I_h - I_{h-1}$$

$$e = m - I_h$$

a.4 para $I_{h+1} \leq m$

$$g_h(m) = (I_{h+1} - I_{h-1}) \left[\frac{2I_{h+1} - I_h - I_{h-1}}{6} + \frac{m - I_{h+1}}{2} \right]$$

b) Para $h = k$

$$g_h(m) = m \quad \forall_m$$

BIBLIOGRAFÍA

- Bank of England (1990).** "A New Yield Curve Model". Bank of England Quarterly Bulletin, february 1990, pp 84-85.
- Bank of England (1994a).** "Inflation Report". Agosto 1994.
- Bank of England (1994b).** "Inflation Report". Noviembre 1994, pp 16-17.
- Bierwag G.O. (1987).** "Duration Analysis". Ballinger Publising Company 1987, pp 245-246.
- Buomo M., Gregori-Allen R.B. y Yaari U.** "The efficacy of Term Structure Estimation Techniques: a Monte Carlo Study". Journal of Fixed Income, vol 1 núm 4 (marzo 1992), pp 52-63.
- Buse A. (1970).** "Expectations, Prices, Coupons and Yields". Journal of Finance, vol 25 núm 4 (septiembre 1970), pp 291-315.
- Buse A. y Lim L. (1977).** "Cubic Splines as a Special Case of Restricted Least Squares". Journal of the American Statistical Association, vol 72 núm 357 (marzo 1977), pp 64-68.
- Carleton W.T. y Cooper I.A. (1976).** "Estimation and Uses of the Term Structure of Interest Rates". Journal of Finance, vol 31 núm 4 (septiembre 1976), pp 1067-1083.
- Chambers D.R., Carleton W.T. y Waldman D.W. (1984).** "A New Approach to Estimation of the Term Structure of Interest Rates". Journal of Financial and Quantitative Analysis, vol 19 núm 3 (septiembre 1984), pp 233-252.
- Coleman T., Fisher L. y Ibboston R.** "Estimating Forward Interest Rates and Yield Curves from Government Bond Prices". NYU at Stony Brook Working Paper Series F núm 17, junio 1987.
- Dahlquist M. y Svensson L.E.O. (1993).** "Estimating the Term Structure

- of Interest Rates with Simple and Complex Functional Forms: Nelson & Siegel vs Longstaff & Schwartz". Institute for International Economic Studies. Stockholm diciembre 1993. También publicado en Sveriges Riksbank Arbetsrapport núm 15, marzo 1994.
- Deacon M. y Derry A. (1994a).** "Estimating Market Interest Rate and Inflation Expectations from the prices of UK Government Bonds". Bank of England Quarterly Bulletin. Agosto 1994, pp 233-240.
- Deacon M. y Derry A. (1994b).** "Estimating the Term Structure of Interest Rates". Bank of England Working Paper Series núm 24. Julio 1994.
- Deacon M. y Derry A. (1994).** "Deriving Estimates of Inflation Expectations from the Prices of UK Government Bonds". Bank of England Working Paper Series núm 23. Julio 1994.
- Ezquiaga I., Jara J.R. y Gómez I. (1995).** "Una metodología para la estimación de la curva de tipos cupón-cero y su aplicación al caso español". Moneda y Crédito núm 199, 1994, pp 157-197.
- Fisher M., Nychka D. y Zervos (1994).** "Fitting the Term Structure of Interest Rates with Smoothing Splines". Finance and Economics Discussion Series núm 95-1, Board of Governors of the Federal Reserve System. Enero 1995.
- Jordan J.V. (1984).** "Tax Effects in Term Structure Estimation". Journal of Finance, vol 39, núm 2 (junio 1984), pp 393-406.
- Mastronikola K. (1991).** "Yield Curves for Gilt-Edged Stocks: A New Model". Bank of England. Discussion Papers Technical Series núm 49, diciembre 1991.
- McCulloch J.H. (1971).** "Measuring the Term Structure of Interest Rates". Journal of Business, vol 44 (enero 1971), pp 19-31.
- McCulloch J.H. (1975).** "The Tax-Adjusted Yield Curve". Journal of

Finance, vol 30 núm 3 (junio 1975) pp 811-830.

Nelson C.R. y Siegel A.F. (1987). "Parsimoneous Modeling of Yield Curves for U.S. Treasury Bills". Journal of Business vol 60 núm 4, 1987, pp 473-489 .También publicado en NBER Working Paper núm 1594. Mar 1985.

Norges Bank (1994). "Economic Bulletin" núm 2, 1994, pp 122-124.

Schaefer S.M. (1981). "Measuring a Tax-Specific Term Structure of Interest Rates in the Market for British Government Securities". Economic Journal, vol 91 (junio 1981), pp 415-438.

Shea G.S. (1984). "Pitfalls in Smoothing Interest Rate Term Structure Data: Equilibrium Models and Spline Approximations". Journal of Financial and Quantitative Analysis, vol 19 núm 3 (septiembre 1984), pp 253-269.

Shea G.S. (1985). "Interest Rate Term Structure Estimation with Exponential Splines: A Note". Journal of Finance, vol 40 núm 4 (marzo 1985), pp 319-325.

Svensson L.E.O. (1993). "Estimating Forward Interest Rates". Sveriges Riksbank Quarterly Review, 1993: 3, pp 32-42.

Svensson L.E.O. (1994). "Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992-1994". Institute for International Economic Studies, mimeo, Junio 1994.

Vasicek O.A. and Fong H.G. (1982). "Term Structure Modeling Using Exponential Splines". Journal of Finance, vol 37 núm 2 (Mayo 1982), pp 339-348.

DOCUMENTOS DE TRABAJO (1)

- 9210 **Ángel Serrat Tubert:** Riesgo, especulación y cobertura en un mercado de futuros dinámico.
- 9211 **Soledad Núñez Ramos:** Fras, futuros y opciones sobre el MIBOR.
- 9213 **Javier Santillán:** La idoneidad y asignación del ahorro mundial.
- 9214 **María de los Llanos Matea:** Contrastes de raíces unitarias para series mensuales. Una aplicación al IPC.
- 9215 **Isabel Argimón, José Manuel González-Páramo y José María Roldán:** Ahorro, riqueza y tipos de interés en España.
- 9216 **Javier Azcárate Aguilar-Amat:** La supervisión de los conglomerados financieros.
- 9217 **Olympia Bover:** Un modelo empírico de la evolución de los precios de la vivienda en España (1976-1991). (Publicada una edición en inglés con el mismo número.)
- 9218 **Jeroen J. M. Kremers, Neil R. Ericsson and Juan J. Dolado:** The power of cointegration tests.
- 9219 **Luis Julián Álvarez, Juan Carlos Delrieu y Javier Jareño:** Tratamiento de predicciones conflictivas: empleo eficiente de información extramuestral. (Publicada una edición en inglés con el mismo número.)
- 9221 **Fernando Restoy:** Tipos de interés y disciplina fiscal en uniones monetarias. (Publicada una edición en inglés con el mismo número.)
- 9222 **Manuel Arellano:** Introducción al análisis econométrico con datos de panel.
- 9223 **Ángel Serrat:** Diferenciales de tipos de interés ONSHORE/OFFSHORE y operaciones SWAP.
- 9224 **Ángel Serrat:** Credibilidad y arbitraje de la peseta en el SME.
- 9225 **Juan Ayuso y Fernando Restoy:** Eficiencia y primas de riesgo en los mercados de cambio. (Publicada una edición en inglés con el mismo número.)
- 9226 **Luis J. Álvarez, Juan C. Delrieu y Antoni Espasa:** Aproximación lineal por tramos a comportamientos no lineales: estimación de señales de nivel y crecimiento.
- 9227 **Ignacio Hernando y Javier Vallés:** Productividad, estructura de mercado y situación financiera.
- 9228 **Ángel Estrada García:** Una función de consumo de bienes duraderos.
- 9229 **Juan J. Dolado and Samuel Bentolila:** Who are the insiders? Wage setting in spanish manufacturing firms.
- 9301 **Emiliano González Mota:** Políticas de estabilización y límites a la autonomía fiscal en un área monetaria y económica común.
- 9302 **Anindya Banerjee, Juan J. Dolado and Ricardo Mestre:** On some simple tests for cointegration: the cost of simplicity.
- 9303 **Juan Ayuso y Juan Luis Vega:** Agregados monetarios ponderados: el caso español. (Publicada una edición en inglés con el mismo número.)
- 9304 **Ángel Luis Gómez Jiménez:** Indicadores de la política fiscal: una aplicación al caso español.
- 9305 **Ángel Estrada y Miguel Sebastián:** Una serie de gasto en bienes de consumo duradero.
- 9306 **Jesús Briones, Ángel Estrada e Ignacio Hernando:** Evaluación de los efectos de reformas en la imposición indirecta.
- 9307 **Juan Ayuso, María Pérez Jurado y Fernando Restoy:** Indicadores de credibilidad de un régimen cambiario: el caso de la peseta en el SME. (Publicada una edición en inglés con el mismo número.)
- 9308 **Cristina Mazón:** Regularidades empíricas de las empresas industriales españolas: ¿existe correlación entre beneficios y participación?

- 9309 **Juan Dolado, Alessandra Goria and Andrea Ichino:** Immigration and growth in the host country.
- 9310 **Amparo Ricardo Ricardo:** Series históricas de contabilidad nacional y mercado de trabajo para la CE y EEUU: 1960-1991.
- 9311 **Fernando Restoy and G. Michael Rockinger:** On stock market returns and returns on investment.
- 9312 **Jesús Saurina Salas:** Indicadores de solvencia bancaria y contabilidad a valor de mercado.
- 9313 **Isabel Argimón, José Manuel González-Páramo, María Jesús Martín y José María Roldán:** Productividad e infraestructuras en la economía española. (Publicada una edición en inglés con el mismo número.)
- 9314 **Fernando Ballabriga, Miguel Sebastián and Javier Vallés:** Interdependence of EC economies: A VAR approach.
- 9315 **Isabel Argimón y M.^a Jesús Martín:** Serie de «stock» de infraestructuras del Estado y de las Administraciones Públicas en España.
- 9316 **P. Martínez Méndez:** Fiscalidad, tipos de interés y tipo de cambio.
- 9317 **P. Martínez Méndez:** Efectos sobre la política económica española de una fiscalidad distorsionada por la inflación.
- 9318 **Pablo Antolín and Olympia Bover:** Regional Migration in Spain: The effect of Personal Characteristics and of Unemployment, Wage and House Price Differentials Using Pooled Cross-Sections.
- 9319 **Samuel Bentolila y Juan J. Dolado:** La contratación temporal y sus efectos sobre la competitividad.
- 9320 **Luis Julián Álvarez, Javier Jareño y Miguel Sebastián:** Salarios públicos, salarios privados e inflación dual.
- 9321 **Ana Revenga:** Credibilidad y persistencia de la inflación en el Sistema Monetario Europeo. (Publicada una edición en inglés con el mismo número.)
- 9322 **María Pérez Jurado y Juan Luis Vega:** Paridad del poder de compra: un análisis empírico. (Publicada una edición en inglés con el mismo número.)
- 9323 **Ignacio Hernando y Javier Vallés:** Productividad sectorial: comportamiento cíclico en la economía española.
- 9324 **Juan J. Dolado, Miguel Sebastián and Javier Vallés:** Cyclical patterns of the Spanish economy.
- 9325 **Juan Ayuso y José Luis Escrivá:** La evolución del control monetario en España.
- 9326 **Alberto Cabrero Bravo e Isabel Sánchez García:** Métodos de predicción de los agregados monetarios.
- 9327 **Cristina Mazón:** Is profitability related to market share? An intra-industry study in Spanish manufacturing.
- 9328 **Esther Gordo y Pilar L'Hotellerie:** La competitividad de la industria española en una perspectiva macroeconómica.
- 9329 **Ana Buisán y Esther Gordo:** El saldo comercial no energético español: determinantes y análisis de simulación (1964-1992).
- 9330 **Miguel Pellicer:** Functions of the Banco de España: An historical perspective.
- 9401 **Carlos Ocaña, Vicente Salas y Javier Vallés:** Un análisis empírico de la financiación de la pequeña y mediana empresa manufacturera española: 1983-1989.
- 9402 **P. G. Fisher and J. L. Vega:** An empirical analysis of M4 in the United Kingdom.
- 9403 **J. Ayuso, A. G. Haldane and F. Restoy:** Volatility transmission along the money market yield curve.
- 9404 **Gabriel Quirós:** El mercado británico de deuda pública.

- 9405 **Luis J. Álvarez and Fernando C. Ballabriga:** BVAR models in the context of cointegration: A Monte Carlo experiment.
- 9406 **Juan José Dolado, José Manuel González-Páramo y José M.ª Roldán:** Convergencia económica entre las provincias españolas: evidencia empírica (1955-1989).
- 9407 **Ángel Estrada e Ignacio Hernando:** La inversión en España: un análisis desde el lado de la oferta.
- 9408 **Ángel Estrada García, M.ª Teresa Sastre de Miguel y Juan Luis Vega Croissier:** El mecanismo de transmisión de los tipos de interés: el caso español.
- 9409 **Pilar García Perea y Ramón Gómez:** Elaboración de series históricas de empleo a partir de la Encuesta de Población Activa (1964-1992).
- 9410 **F. J. Sáez Pérez de la Torre, J. M.ª Sánchez Sáez y M.ª T. Sastre de Miguel:** Los mercados de operaciones bancarias en España: especialización productiva y competencia.
- 9411 **Olympia Bover and Ángel Estrada:** Durable consumption and house purchases: Evidence from Spanish panel data.
- 9412 **José Viñals:** La construcción de la Unión Monetaria Europea: ¿resulta beneficiosa, en dónde estamos y hacia dónde vamos? (Publicada una edición en inglés con el mismo número.)
- 9413 **Carlos Chuliá:** Los sistemas financieros nacionales y el espacio financiero europeo.
- 9414 **José Luis Escrivá y Andrew G. Haldane:** El mecanismo de transmisión de los tipos de interés en España: estimación basada en desagregaciones sectoriales. (Publicada una edición en inglés con el mismo número.)
- 9415 **M.ª de los Llanos Matea y Ana Valentina Regil:** Métodos para la extracción de señales y para la trimestralización. Una aplicación: Trimestralización del deflactor del consumo privado nacional.
- 9416 **José Antonio Cuenca:** Variables para el estudio del sector monetario. Agregados monetarios y crediticios, y tipos de interés sintéticos.
- 9417 **Ángel Estrada y David López-Salido:** La relación entre el consumo y la renta en España: un modelo empírico con datos agregados.
- 9418 **José M. González Mínguez:** Una aplicación de los indicadores de discrecionalidad de la política fiscal a los países de la UE.
- 9419 **Juan Ayuso, María Pérez Jurado y Fernando Restoy:** ¿Se ha incrementado el riesgo cambiario en el SME tras la ampliación de bandas? (Publicada una edición en inglés con el mismo número.)
- 9420 **Simon Milner and David Metcalf:** Spanish pay setting institutions and performance outcomes.
- 9421 **Javier Santillán:** El SME, los mercados de divisas y la transición hacia la Unión Monetaria.
- 9422 **Juan Luis Vega:** ¿Es estable la función de demanda a largo plazo de ALP? (Publicada una edición en inglés con el mismo número.)
- 9423 **Gabriel Quirós:** El mercado italiano de deuda pública.
- 9424 **Isabel Argimón, José Manuel González-Páramo y José María Roldán:** Inversión privada. gasto público y efecto expulsión: evidencia para el caso español.
- 9425 **Charles Goodhart and José Viñals:** Strategy and tactics of monetary policy: Examples from Europe and the Antipodes.
- 9426 **Carmen Melcón:** Estrategias de política monetaria basadas en el seguimiento directo de objetivos de inflación. Las experiencias de Nueva Zelanda, Canadá, Reino Unido y Suecia.
- 9427 **Olympia Bover and Manuel Arellano:** Female labour force participation in the 1980s: the case of Spain.
- 9428 **Juan María Peñalosa:** The Spanish catching-up process: General determinants and contribution of the manufacturing industry.
- 9429 **Susana Núñez:** Perspectivas de los sistemas de pagos: una reflexión crítica.
- 9430 **José Viñals:** ¿Es posible la convergencia en España?: En busca del tiempo perdido.

- 9501 **Jorge Blázquez y Miguel Sebastián:** Capital público y restricción presupuestaria gubernamental.
- 9502 **Ana Buisán:** Principales determinantes de los ingresos por turismo.
- 9503 **Ana Buisán y Esther Gordo:** La protección nominal como factor determinante de las importaciones de bienes.
- 9504 **Ricardo Mestre:** A macroeconomic evaluation of the Spanish monetary policy transmission mechanism.
- 9505 **Fernando Restoy and Ana Revenga:** Optimal exchange rate flexibility in an economy with intersectoral rigidities and nontraded goods.
- 9506 **Ángel Estrada y Javier Vallés:** Inversión y costes financieros: evidencia en España con datos de panel. (Publicada una edición en inglés con el mismo número.)
- 9507 **Francisco Alonso:** La modelización de la volatilidad del mercado bursátil español.
- 9508 **Francisco Alonso y Fernando Restoy:** La remuneración de la volatilidad en el mercado español de renta variable.
- 9509 **Fernando C. Ballabriga, Miguel Sebastián y Javier Vallés:** España en Europa: asimetrías reales y nominales.
- 9510 **Juan Carlos Casado, Juan Alberto Campoy y Carlos Chuliá:** La regulación financiera española desde la adhesión a la Unión Europea.
- 9511 **Juan Luis Díaz del Hoyo y A. Javier Prado Domínguez:** Los FRAs como guías de las expectativas del mercado sobre tipos de interés.
- 9512 **José M.ª Sánchez Sáez y Teresa Sastre de Miguel:** ¿Es el tamaño un factor explicativo de las diferencias entre entidades bancarias?
- 9513 **Juan Ayuso y Soledad Núñez:** ¿Desestabilizan los activos derivados el mercado al contado?: La experiencia española en el mercado de deuda pública.
- 9514 **M.ª Cruz Manzano Frías y M.ª Teresa Sastre de Miguel:** Factores relevantes en la determinación del margen de explotación de bancos y cajas de ahorros.
- 9515 **Fernando Restoy and Philippe Weil:** Approximate equilibrium asset prices.
- 9516 **Gabriel Quirós:** El mercado francés de deuda pública.
- 9517 **Ana L. Revenga and Samuel Bentolila:** What affects the employment rate intensity of growth?
- 9518 **Ignacio Iglesias Araúzo y Jaime Esteban Velasco:** Repos y operaciones simultáneas: estudio de la normativa.
- 9519 **Ignacio Fuentes:** Las instituciones bancarias españolas y el mercado único.
- 9520 **Ignacio Hernando:** Política monetaria y estructura financiera de las empresas.
- 9521 **Luis Julián Álvarez y Miguel Sebastián:** La inflación latente en España: una perspectiva macroeconómica.
- 9522 **Soledad Núñez Ramos:** Estimación de la estructura temporal de los tipos de interés en España: elección entre métodos alternativos.

(1) Los Documentos de Trabajo anteriores figuran en el catálogo de publicaciones del Banco de España.

Información: Banco de España
Sección de Publicaciones. Negociado de Distribución y Gestión
Teléfono: 338 51 80
Alcalá, 50. 28014 Madrid