

RECARGOS DE CAPITAL EN CARTERAS CREDITICIAS CONCENTRADAS EN UN NÚMERO REDUCIDO DE ACREDITADOS

Juan Serrano y Antonio Peñaranda (*)

(*) Juan Serrano y Antonio Peñaranda son inspectores de entidades de crédito y pertenecen a la Dirección General de Supervisión del Banco de España. Los autores agradecen las importantes y numerosas sugerencias recibidas de Rafael Repullo y Gregorio Moral, y los comentarios de Ana Martínez, Pedro Castedo, Florencio González y Sergio Gavilá. También agradecen la ayuda prestada por Adolfo Pajares y su equipo durante el desarrollo de la idea inicial. Este artículo es responsabilidad exclusiva de los autores y no refleja necesariamente la opinión del Banco de España.

Recargos de capital en carteras crediticias concentradas en un número reducido de acreditados

El riesgo de concentración individual del crédito, también conocido como riesgo debido a la falta de granularidad de las carteras, es causa repetida de crisis bancarias: cuando, al mismo tiempo, impagan varios de los acreditados en los que las entidades de crédito se han concentrado, se producen grandes pérdidas, que afectan gravemente a su solvencia y viabilidad futura.

En este artículo se presenta una metodología que estima, mediante simulación de Montecarlo, los recargos de capital necesarios para cubrir las pérdidas que se pueden producir en carteras concentradas en pocos acreditados, con análogo nivel de confianza (99,9 %) al que proporcionaría la fórmula IRB de Basilea II para una cartera granular de características similares. Para lograrlo, se establece un recargo que, por ser multiplicativo, permite tener en cuenta los factores de riesgo de los diferentes préstamos (severidad —LGD—, vencimiento —M— y relación de incumplimiento con el factor de riesgo sistémico —p—) que determinan sus necesidades de capital regulatorio.

Esta metodología permite también alinear el tratamiento que se ha de dar a este riesgo en las entidades que aplican el enfoque estándar con el de las entidades IRB, y por esta razón se han basado en ella los nuevos recargos de capital por riesgo de concentración individual establecidos por el Banco de España en la opción simplificada de la Guía del Proceso de Autoevaluación del Capital de las Entidades de Crédito.

1 Introducción

La concentración del crédito en pocos acreditados ha sido a lo largo del tiempo una de las causas principales de las crisis bancarias, ya que, cuando impagan al mismo tiempo varios de estos acreditados, en los que algunas entidades de crédito se concentran, se producen grandes pérdidas que afectan gravemente a su solvencia y viabilidad futura.

Este mayor riesgo, derivado de la concentración del crédito en unos pocos prestatarios, se expresa también habitualmente como riesgo, debido a la falta de granularidad: una cartera de préstamos es granular si está formada por un número elevado de operaciones, representando cada una de ellas un porcentaje reducido respecto del total. En caso contrario, la cartera no es granular y, por ello, tiene más riesgo.

En el proceso de elaboración de Basilea II no fue posible alcanzar un consenso para establecer en el Pilar 1 una métrica común de cálculo de las necesidades adicionales de capital por riesgo de concentración individual¹, por lo que la evaluación y la medición de este riesgo, que puede llegar a ser relevante en algunas entidades de crédito, se trasladaron al Pilar 2.

Por esta razón, en la literatura especializada han aparecido recientemente y de forma sucesiva distintas aproximaciones analíticas para la cuantificación de los recargos necesarios en carteras poco granulares, entre las que cabe destacar las de Emmer y Tasche (2005), Gordy y Lütkebohmert (2007), Uberti y Figini (2009) y Hibbeln (2010). Paralelamente, se han publicado diversos trabajos basados en el método de simulación de Montecarlo, con el fin de estimar el ajuste del capital por falta de granularidad y, también, de contrastar los resultados de otras formulaciones. Entre ellos se puede mencionar el modelo ideado por Juodis, Valvionis,

1. El consenso no se alcanzó, entre otras razones, debido a que la magnitud del ajuste que se necesitaba no era importante para el tipo de entidades a las que iba dirigido el acuerdo: grandes bancos internacionalmente activos.

Bernūinas y Belvydas (2009), que plantea no solo el diferente tamaño de las exposiciones, sino también la variabilidad de la severidad (LGD) y la aleatoriedad de los factores sistémico e idiosincrásico.

En este artículo se presenta una metodología que estima, mediante simulación de Montecarlo, los recargos de capital necesarios para cubrir las pérdidas que se pueden producir en carteras concentradas en un número reducido de acreditados con un nivel de confianza similar (99,9 %) al que proporcionaría la fórmula IRB de Basilea II para una cartera granular de características similares. Esta metodología se apoya en las formulaciones de Vasicek que se exponen a continuación y en ella se han basado los nuevos recargos de capital por riesgo de concentración individual establecidos por el Banco de España en la opción simplificada de la Guía del Proceso de Autoevaluación del Capital de las Entidades de Crédito².

De acuerdo con los resultados obtenidos, el recargo por concentración individual C_i se calcularía a partir de la siguiente fórmula:

$$C_i = \alpha * C$$

siendo C los requerimientos de capital (por riesgo de crédito) de la cartera, de acuerdo con la métrica del Pilar 1 de Basilea II, y α un coeficiente que, en función del índice de Herfindahl (HHI) de la cartera y de la probabilidad de incumplimiento (PD) de los acreditados que la forman, tomaría los valores del cuadro 1³.

El índice de Herfindahl (HHI) de una cartera se define como la suma de los cuadrados de las exposiciones de cada uno de los préstamos que la componen, dividida por el cuadrado de la exposición total de la cartera; es decir, $HHI = \sum_{i=1}^n x_i^2 / \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2$, donde « x_i » representa la exposición del acreditado « i ». Como se explicará más adelante, dicho índice puede aproximarse muy bien como el cociente entre la suma de los cuadrados de las exposiciones⁴ de los 1.000 mayores acreditados y el cuadrado de la exposición total de la cartera $\left[HHI \approx \sum_{i=1}^{1.000} x_i^2 / \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right]$, lo cual, además de facilitar su cálculo, focaliza nuestra atención en la dirección adecuada: para controlar este riesgo hay que prestar atención y gestionar los grandes riesgos.

Conviene que la probabilidad de incumplimiento (PD) utilizada para calcular el coeficiente α sea, por prudencia, conservadoramente baja, pues existe una relación inversa entre la misma y el recargo necesario: como puede observarse en el cuadro 1, para un HHI determinado (cualquier fila del cuadro), cuanto menor es la PD, mayor recargo se necesita. Por esta razón, se propone utilizar el menor valor de los promedios simple y ponderado de la PD de los 1.000 mayores acreditados de la cartera.

A continuación se exponen, en primer lugar, el marco conceptual de las fórmulas IRB de Basilea II y la formulación de partida en que se apoyan: la distribución de pérdida porcentual en carteras formadas por un número elevado de préstamos de igual importe y características, enunciada por Vasicek en 1991. Después se explican la metodología desarrollada, el algoritmo de la simulación de Montecarlo, los datos de partida de las simulaciones realizadas y los resultados obtenidos. Más adelante se evalúa la calidad del índice de Herfindahl como variable *proxy* para calcular el recargo, se incorpora el efecto de la variabilidad de la severidad

2. Véanse el apartado 3.3.2 y el anexo 2 de la Guía del Proceso de Autoevaluación del Capital de las Entidades de Crédito, publicada en el sitio web del Banco de España. 3. Para valores intermedios de PD y HHI habría que interpolar. 4. Para calcular la exposición de cada acreditado deben consolidarse todos sus préstamos, incluso si están instrumentados a través de distintas sociedades relacionadas.

%

RECARGOS α			PD			
HHI	0,25	0,5	1,0	2,0	4,0	8,0
0,15	1,7	1,4	1,3	1,0	0,9	0,5
0,30	7,4	5,6	4,0	3,8	3,3	2,7
0,60	15,4	12,3	9,3	7,7	7,2	5,7
1,20	26,6	21,8	17,1	13,6	11,6	10,4
2,40	60,2	41,5	33,2	23,5	18,9	15,5
4,80	129,0	83,7	65,7	50,5	37,3	29,5
9,60	247,5	166,2	126,5	98,2	75,2	57,7

FUENTE: Elaboración propia.

(LGD) y se fundamenta una forma simplificada de cálculo del índice de Herfindahl de una cartera de préstamos. Finalmente, se presentan algunas conclusiones.

2 La fórmula IRB de Basilea II y el modelo de Vasicek (1991)

Las fórmulas IRB de Basilea II determinan las pérdidas inesperadas por riesgo de crédito que se pueden producir en una cartera de préstamos con un nivel de confianza determinado (99,9 %), que deben cubrirse con capital. Estas pérdidas dependen, a través del coeficiente⁵ ρ (llamado «correlación de activos»), de un único factor sistémico —el estado general de la economía—. También dependen de la calidad crediticia de los distintos préstamos de la cartera, es decir, de su probabilidad de incumplimiento (PD), de la severidad de las pérdidas en caso de incumplimiento (LGD) y del plazo de las operaciones (M).

Estas fórmulas se fundamentan en el modelo ASRF (*Asymptotic Single Risk Factor*), desarrollado por Michael Gordy (2003), que, a su vez, se basa en las formulaciones de incumplimiento para carteras establecidas previamente por Oldrich Vasicek (1987, 1991 y 2002)⁶.

Un logro importante de Vasicek fue su formulación⁷, en 1991, de la función de distribución acumulada de las pérdidas que se pueden producir en una cartera formada por un número muy elevado de préstamos de igual importe y características. De acuerdo con el modelo de Vasicek, la probabilidad de que incumplan como máximo «k» préstamos de un total de «n» iguales viene determinada por la fórmula:

$$W(s) = N\left(\frac{1}{\sqrt{\rho}}\left(\sqrt{1-\rho}N^{-1}(s) - N^{-1}(PD)\right)\right)$$

donde s es la proporción «k/n» de préstamos que incumplen, $N(\cdot)$ la función de distribución acumulada de una variable aleatoria normal tipificada, $N^{-1}(\cdot)$ su función inversa, ρ la correlación de activos —que relaciona el riesgo de incumplimiento de cada préstamo con un factor de riesgo sistémico (el estado general de la economía)—, y PD la probabilidad de incumplimiento de los préstamos.

Las fórmulas IRB de Basilea II y la formulación anterior de Vasicek asumen, como premisa de partida, que las carteras son granulares, es decir, están formadas por un número elevado de prés-

5. El factor ρ varía en función del tipo de cartera (crédito a empresas, hipotecas, crédito al consumo...). 6. Por su parte, Vasicek parte del modelo de incumplimiento de activos individuales formulado por Robert Merton en 1974. 7. Vasicek (1991), *Limiting loan loss probability distribution*.

tamos, que representan, cada uno de ellos, un porcentaje pequeño respecto a la totalidad del crédito.

Sin embargo, esta granularidad, en la práctica, a veces no existe y entonces no es posible aplicar directamente las fórmulas IRB a estas carteras, por la manera en que están construidas⁸; pero sí se puede extender la formulación de Vasicek a carteras poco granulares, de la forma que se explica a continuación. La ventaja de hacerlo es que, dado que el modelo de Vasicek subyace bajo los requerimientos de capital de los diferentes tipos de créditos considerados en Basilea II (empresas, hipotecas, minoristas...), los recargos que se obtengan serán directamente aplicables a los requerimientos de capital regulatorio.

3 Metodología desarrollada

De acuerdo con la formulación de Vasicek, en una cartera suficientemente numerosa de n préstamos de igual tamaño u (condición de equidad) y características (ρ y PD), el valor k que haga la función $W(s=k/n)$ igual a 0,999 proporciona, con una probabilidad del 99,9%, el número máximo de acreditados que incumplen⁹.

Multiplicando dicho valor k por el tamaño de cada exposición u , se calcularía la máxima pérdida posible con esa probabilidad, lo que significa que con un nivel de confianza del 99,9% no se producirá una pérdida mayor. Deduciendo de esa máxima pérdida posible ($k \cdot u$) la pérdida media de la cartera ($n \cdot PD \cdot u$), se calcularía la pérdida inesperada máxima que se puede producir con esa probabilidad (99,9%), que, tal y como establece Basilea II, debe cubrirse con capital.

A continuación se puede suponer que las cuantías de los n préstamos de la cartera son desiguales (condición de inequidad) y calcular, en este caso, la proporción máxima del crédito total que quedaría incumplida con ese mismo nivel de confianza (99,9%). Ahora, lo que se observaría cada vez que incumplieran k préstamos desiguales, cosa que se producirá con la misma probabilidad que si fueran iguales, es que la proporción de incumplimiento sobre el riesgo total ya no sería k/n , sino la suma de los importes de los préstamos que hayan incumplido, dividida por el importe total de la cartera.

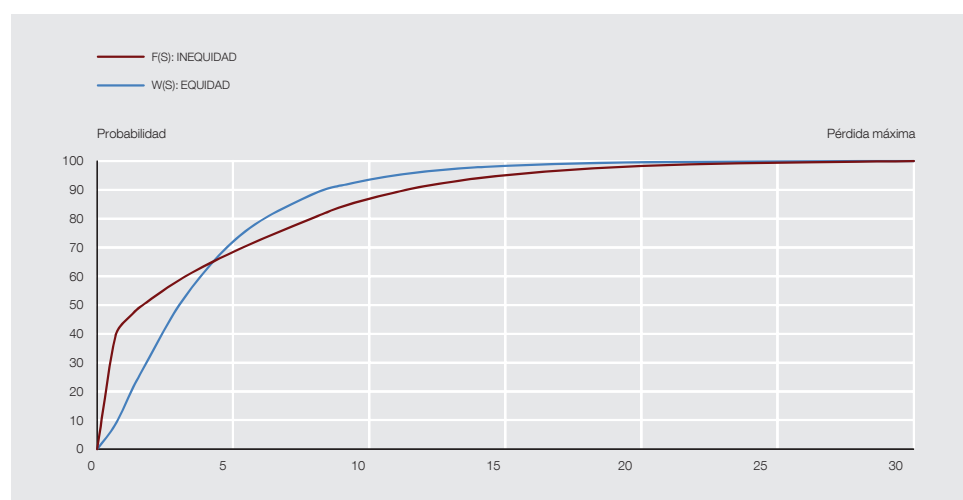
Ahora bien, incumpliendo un número k de préstamos fijado, su materialización puede realizarse de múltiples formas, tantas como variaciones sin repetición de los n préstamos que componen la cartera, tomados de k en k . En consecuencia, la proporción de incumplimiento ya no será un único valor, k/n , sino múltiples: los que resulten en cada una de las posibles combinaciones de créditos que incumplen, dependiendo de que fallen préstamos de mayor o menor tamaño.

Esto hace que la función de distribución de pérdidas se altere. En concreto, como resultado de introducir la desigualdad de importes en los préstamos, la nueva función de distribución de pérdidas $F(s)$, en inequidad, diferirá de la función $W(s)$, en equidad, en el sentido de que, como se observa en el ejemplo del gráfico 1¹⁰, mostrará una mayor pendiente para probabilidades muy bajas y muy altas.

En consecuencia, la pérdida máxima de la cartera, con un nivel de confianza del 99,9%, aumentará cuando los préstamos que la componen sean de diferente tamaño, pues en este

8. El modelo ASRF (*Asymptotic Single Risk Factor*) permite calcular el capital necesario para el conjunto de una cartera por agregación de las necesidades individuales. Esta formulación aditiva, enormemente útil en la práctica, impide, sin embargo, evaluar las necesidades adicionales de capital de carteras poco granulares. 9. En este apartado, para hacer más simple y clara la exposición, se identifica incumplimiento con pérdida, suponiendo una LGD = 100%. El hecho de que la LGD sea diferente no cambia en nada el razonamiento. 10. Este gráfico y el siguiente se han obtenido para una PD = 4% y una cartera con un índice de Herfindahl del 4,8%.

%



FUENTE: Elaboración propia.

caso se necesita un mayor recorrido en el eje horizontal (pérdida máxima) para alcanzar el mismo nivel en el eje vertical (probabilidad de ocurrencia). En el gráfico 2, que muestra el detalle de la cola derecha de ambas funciones de distribución, puede observarse que en este ejemplo, con un nivel de confianza del 99,9 %, la pérdida máxima pasa del 25,6 % en equidad al 31,8 % en inequidad.

Sin embargo, la pérdida media de la cartera no habrá variado, respecto al caso en que todos los préstamos fuesen iguales, pues todos cuentan con igual probabilidad de impago, PD¹¹.

La comparación de ambas funciones de distribución —W(s) en equidad y F(s) en inequidad— permite estimar el recargo de capital α debido a la concentración individual de la cartera. En efecto, α puede expresarse como¹²:

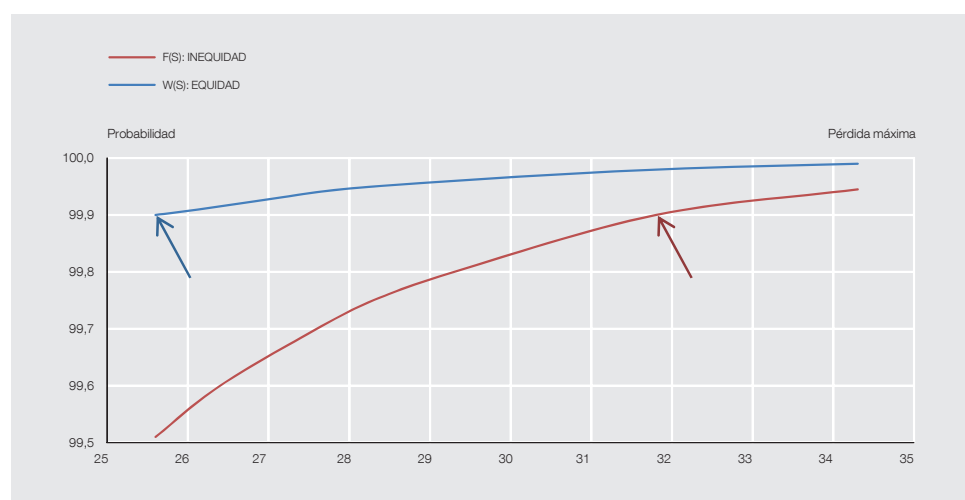
$$\alpha = \frac{\% \text{ Pérdida máxima al } 99,9 \% \text{ en inequidad} - \% \text{ Pérdida media en inequidad}}{\% \text{ Pérdida máxima al } 99,9 \% \text{ en equidad} - \% \text{ Pérdida media en equidad}}$$

Como se acaba de señalar, la pérdida media en inequidad coincide con la pérdida media en equidad. Por otro lado, la pérdida máxima en equidad coincidirá con el valor 0,999 de la función inversa de Vasicek, $W^{-1}(0,999)$, siempre que «n» sea lo suficientemente elevado.

Por su parte, la pérdida máxima en inequidad, es decir, el valor de la función $F^{-1}(0,999)$, se puede estimar mediante simulación de Montecarlo: para ello, realizado un número suficientemente elevado de iteraciones (de la forma que se explicará en detalle a continuación) y ordenadas las pérdidas obtenidas en cada una de ellas, se identificaría la pérdida que deja a un lado el 1 % de los mayores valores obtenidos.

¹¹ La pérdida media de la cartera se mantendrá invariante, pues para la elección de cada uno de los k elementos incumplidos que componen las diferentes variaciones sin repetición de los n elementos de la cartera tomados de k en k todos los préstamos cuentan con igual probabilidad. Por esta razón, ambas distribuciones se cruzan en el valor promedio, que es la PD (*mean-preserving spread*). ¹² Para calcular el coeficiente α es necesario deducir de la pérdida total la esperada, tanto en el numerador como en el denominador, pues de acuerdo con Basilea II el capital solo cubre pérdidas inesperadas.

%



FUENTE: Elaboración propia.

En definitiva, una vez obtenido el valor de la función $F^{-1}(0,999)$, se calcularía α mediante la fórmula¹³:

$$\alpha = \frac{F^{-1}(0,999) - PD}{W^{-1}(0,999) - PD}$$

Como el coeficiente α se ha calculado para que sea multiplicativo, la fórmula para calcular el recargo por concentración individual sería $C_i = \alpha * C$, siendo C el capital necesario por riesgo de crédito para el conjunto de la cartera crediticia, calculado de acuerdo con la métrica del Pilar 1 de Basilea II, que presume una cartera atomizada.

Esta metodología implica asumir las dos hipótesis siguientes: 1) que la cartera está formada por un número suficientemente elevado de préstamos, de modo que la distribución de pérdida no se distancie excesivamente de la función W de Vasicek, y 2) que la probabilidad de incumplimiento (PD) de los diferentes prestatarios es relativamente homogénea.

- La primera hipótesis reduce la precisión del recargo en el caso de carteras formadas por un número muy reducido de acreditados. En este caso, para índices HHI muy elevados, podría ser necesario añadir una dosis de prudencia adicional al coeficiente α obtenido, en la medida en que nos estamos alejando en extremo de la granularidad presumida en la fórmula de Vasicek.
- La segunda hace que, para calcular el recargo por concentración que se plantea, resulte prudente utilizar un valor conservadoramente bajo de la PD, pues, como ya se ha señalado, a menor PD, el coeficiente α de recargo aumenta. Por esta razón, se propone utilizar, para calcular el recargo, el menor valor entre la PD media y la PD ponderada de los 1.000 mayores acreditados de la cartera.

4 Algoritmo de la simulación de Montecarlo

El algoritmo realizado se resume en los siguientes pasos:

¹³ La forma de calcular α es en la práctica algo más compleja, pues conviene, por coherencia, extraer también el valor de la pérdida máxima en equidad de la propia simulación de Montecarlo, en lugar de utilizar la función W , con el fin de que ambos valores —la pérdida en equidad y en inequidad— sean homogéneos.

- 1) Fijación de la probabilidad de incumplimiento (PD), severidad (LGD)¹⁴, correlación (ρ), número «n» de acreditados e índice de Herfindahl (HHI) de la cartera a la que se va a aplicar la simulación de Montecarlo.
- 2) Generación arbitraria de una tabla de exposiciones desiguales que cumpla la condición de HHI establecida (de la forma que se explica más adelante).
- 3) Tabulación de la función W de Vasicek para los valores de PD y ρ establecidos, en función de los diferentes valores de «k/n» (donde «k» varía de 0 a «n»).
- 4) Elección aleatoria de números entre 0 y 1 y, a través de la función inversa de W, determinación del número «k» de préstamos que incumplen.
- 5) Asignación a cada uno de los «k» créditos que incumplen de una exposición concreta, escogida al azar mediante generación de otro número aleatorio, de la tabla de exposiciones (con igual probabilidad de los diferentes préstamos y sin repetición de ninguno), de modo que su agregación permita obtener la suma de las exposiciones incumplidas.
- 6) Iteración de los procesos 4) y 5) un número muy elevado de veces.
- 7) Ordenación decreciente de las dos series obtenidas en las distintas realizaciones del proceso iterativo anterior: número de préstamos que han incumplido y sumas de exposiciones incumplidas.
- 8) Obtención, a partir de las dos series anteriores ya ordenadas, de los valores correspondientes al inicio del segundo cuantil de amplitud igual a una milésima del número de elementos que componen la serie. Los dos valores así obtenidos, divididos por el número total de acreditados y por la suma de exposiciones de la cartera, serán, respectivamente, los estimadores de la proporción de pérdida total, con un nivel de confianza del 99,9 %, para los supuestos de equidad e inequidad.
- 9) Determinación del recargo α , mediante la fórmula:

$$\alpha = \frac{\% \text{ Pérdida total al } 99,9 \% \text{ en inequidad} - \text{PD}}{\% \text{ Pérdida total al } 99,9 \% \text{ en equidad} - \text{PD}}$$

5 Datos de partida de las simulaciones y resultados obtenidos

En todas las simulaciones se utilizó una cartera compuesta por 1.000 acreditados, pues se consideró que 1.000 exposiciones de igual importe están suficientemente diversificadas y no necesitan un recargo por concentración mínimamente significativo¹⁵. Nótese que dicha cartera uniforme de 1.000 acreditados es precisamente la que se utiliza como referencia para calcular el recargo, por lo que se necesita que esté compuesta por un número de préstamos suficientemente elevado, de forma que ella misma no necesite recargo. Por otro lado, debe tenerse presente que realizar la simulación de Montecarlo que se ha planteado en carteras compuestas de un número de acreditados mucho mayor resulta impracticable.

¹⁴. Se consideró, de forma arbitraria, una severidad (LGD) del 100 %. No obstante, los recargos no dependen del valor de la misma, dado que para calcular el capital necesario la LGD se aplica de forma directa y multiplicativa. ¹⁵. En efecto, el HHI de una cartera compuesta por 1.000 acreditados iguales sería el 0,1 % y, como se deduce del cuadro 1, esto implicaría un recargo por concentración inferior al 1 %.

%

HHI	PD					
	0,25	0,50	1,00	2,00	4,00	8,00
0,15	1,32	1,05	0,98	0,81	0,72	0,44
0,30	5,74	4,26	3,13	2,88	2,45	2,11
0,60	11,82	9,40	7,11	5,93	5,53	4,36
1,20	20,37	16,73	13,08	10,36	8,86	7,96
2,40	46,12	31,81	25,37	18,00	14,51	11,87
4,80	98,76	64,08	50,32	38,71	28,56	22,64
9,60	189,62	127,25	96,87	75,22	57,61	44,24

FUENTE: Elaboración propia.

Se realizaron simulaciones utilizando siete índices de Herfindahl (HHI) —0,15 %, 0,30 %, 0,60 %, 1,20 %, 2,40 %, 4,80 % y 9,60 %— y seis probabilidades de incumplimiento (PD) —0,25 %, 0,5 %, 1 %, 2 %, 4 % y 8 %— para observar la sensibilidad de los recargos a estas dos variables.

Para cada uno de los HHI señalados, con el fin de determinar el contenido concreto de las exposiciones de la cartera, se generaron 1.000 importes en progresión geométrica¹⁶, para que presentasen la menor discontinuidad posible y de este modo se redujese la volatilidad de los valores de pérdida obtenidos en la zona fronteriza entre los cuantiles 99,9 % y final.

Se utilizaron correlaciones ρ correspondientes al valor de cada PD utilizada, de acuerdo con la fórmula IRB de Basilea II para grandes empresas, dado que generalmente la concentración individual relevante se presenta en este tipo de acreditados.

Por último, en cada simulación se hicieron un millón de iteraciones, para lograr una estabilización razonable de las estimaciones del valor del recargo¹⁷, obteniéndose los valores de α , función de HHI y PD, que se muestran en el cuadro 2.

Como puede observarse, el recargo aumenta con el índice de Herfindahl: cuanto mayor es el HHI de una cartera, más concentrada está y, por tanto, mayor recargo por concentración necesita. Se ve claramente que el coeficiente de recargo es mucho más sensible a las variaciones del índice de Herfindahl (HHI) que a la probabilidad de incumplimiento de la cartera (PD).

También se aprecia una relación inversa entre el coeficiente de recargo y la probabilidad de incumplimiento (PD). Es decir, cuanto mayor es la PD, menor recargo por concentración se necesita. Esto, que resulta contraintuitivo, ocurre porque, cuando los créditos son desiguales, a medida que aumenta la PD disminuye el rango de variación de la suma de los créditos incumplidos respecto al caso de que fueran iguales; en consecuencia, también disminuye la

¹⁶. La razón de la progresión geométrica se estableció en cada caso, de forma que la cartera tuviese el índice HHI que se pretendía. ¹⁷. A este respecto, siempre es crítico conjugar tiempos de computación manejables con el reto derivado de la aplicación del teorema de Kolmogorov al de Glivenko-Cantelli (el grado de precisión se puede aproximar por la suma total de las exposiciones, dividida por la raíz cuadrada del número de iteraciones).

%

HHI	RECARGO		DISPERSIÓN ABSOLUTA	DISPERSIÓN RELATIVA	PESO 25 MAYORES ACREDITADOS
0,30	Máximo	3,88	0,91	31	11,30
	Mínimo	2,06	-0,91	-31	22,40
0,60	Máximo	5,97	0,92	18	26,30
	Mínimo	4,14	-0,92	-18	33,80
1,20	Máximo	10,15	0,88	9	34,50
	Mínimo	8,39	-0,88	-9	48,40
2,40	Máximo	21,78	2,02	10	43,10
	Mínimo	17,74	-2,02	-10	69,70
4,80	Máximo	43,30	4,95	13	57,60
	Mínimo	33,41	-4,95	-13	98,00

FUENTE: Elaboración propia.

proporción en que habría que incrementar la suma de lo incumplido bajo equidad para alcanzar en inequidad el mismo porcentaje —99,9 %— de la función de distribución de pérdidas¹⁸.

Finalmente, puede comprobarse fácilmente que para valores de HHI superiores al 0,30 %, cualquiera que sea el valor de la PD, la relación entre el recargo α y el índice de Herfindahl es prácticamente lineal (no obstante, para PD muy altas dicha linealidad se pierde en algunos tramos).

6 Calidad del índice de Herfindahl (HHI) como proxy para calcular el recargo

El método presentado implica asumir que todas las carteras que tengan un mismo índice de Herfindahl necesitarían el mismo recargo por concentración. Por ello, es importante contrastar si esto en la realidad es así y, por tanto, resulta apropiado utilizar dicho índice como *proxy* del recargo.

Para ello, se construyeron 25 carteras distintas, todas ellas también de 1.000 acreditados, que compartían en grupos de cinco el mismo índice de Herfindahl (0,30 %, 0,60 %, 1,20 %, 2,40 % y 4,80 %), en las que el importe de los créditos ya no seguía una progresión geométrica, sino distintas combinaciones arbitrarias de tramos de valor constante, en progresión aritmética y en progresión geométrica. Para cada una de esas carteras, utilizando en todos los casos una única PD del 2 %, se repitió la simulación anterior, para obtener el correspondiente recargo α .

En el cuadro 3 se muestra, para cada uno de los cinco HHI elegidos, el mayor y menor de los cinco recargos obtenidos, su dispersión absoluta y relativa¹⁹, y la proporción que representa la suma de las exposiciones de los 25 mayores créditos sobre el importe total de la correspondiente cartera. Puede apreciarse que, para valores de HHI reducidos (hasta el 1,20 %), la dispersión absoluta es menor del 1 %; y, para valores de HHI elevados (a partir del 1,20 %), la dispersión relativa no supera el 13 %.

¹⁸. Por ejemplo, si en una cartera con exposición total de nueve unidades, en vez de tener tres créditos iguales de tres unidades cada uno (equidad), tenemos uno de uno, otro de dos y un tercero de seis (inequidad), para una PD del 33 % (incumple un crédito) la pérdida máxima en inequidad, frente a la pérdida en equidad, podría pasar de tres a seis (+100 %); en el caso de PD = 66 % (incumplen dos créditos) solo podría hacerlo de seis a ocho (+33 %); y, en último extremo, si la PD fuera del 100 % (incumplen los tres créditos) no se produciría ningún efecto por introducir la inequidad, pues, al igual que en equidad, la pérdida sería de nueve (+0 %). ¹⁹. La dispersión absoluta se calcula, por ejemplo, en la primera fila como $3,88 \% - ((3,88 \% [\text{máximo}] + 2,06 \% [\text{mínimo}]) / 2) = 0,91 \%$; la relativa como $(3,88 \% / (3,88 \% [\text{máximo}] + 2,06 \% [\text{mínimo}]) / 2) - 1 = 31 \%$.

Curiosamente, en todos los casos, a medida que cada HHI se alcanza con la contribución de un número menor de acreditados de mayor tamaño, el recargo disminuye. Por ejemplo, para un HHI del 0,30 % (primera fila del cuadro), si los 25 mayores acreditados representan el 22,40 % del crédito total, el recargo resulta del 2,06 %; pero, si representan el 11,30 %, el recargo es del 3,88 %. Esta relación inversa entre recargo necesario y mayor tamaño de los acreditados mayores, que no parece lógica a primera vista, se debe a que la mayor aportación al HHI de los mayores créditos de una cartera ha de ser compensada en otra, que tenga el mismo HHI pero no tenga unos mayores créditos tan grandes, con múltiples cuotas subsiguientes mayores, y eso hace que las pérdidas inesperadas con un nivel de confianza del 99,9 % aumenten²⁰.

En cualquier caso, a la vista de los resultados del cuadro 3, se puede afirmar que el índice de Herfindahl es un *proxy* razonablemente adecuado para calcular los recargos por concentración individual de crédito.

7 Efecto de la variabilidad de la severidad (LGD)

Los recargos estimados anteriormente han tenido en cuenta la inequidad de las exposiciones (EAD), pero no la variabilidad de la severidad (LGD) de los préstamos que componen la cartera. Y esa variabilidad, que no se considera en carteras muy diversificadas, al no ser relevante, debe tenerse en cuenta en carteras concentradas en pocos acreditados, pues, en este caso, el impacto sobre las necesidades de capital puede ser importante.

Para incorporar la volatilidad de la LGD, supondremos que las EAD y las LGD de los distintos créditos que componen la cartera son independientes (no están correlacionadas) y consideraremos (como es común en la literatura especializada y hacen JPM Creditmetrics, KMV Portfolio y M. Gordy) una severidad media (LGDM) del 45 %, con una varianza expresada por la fórmula $[0,25 * LGDM * (1 - LGDM)]$. De estas hipótesis resulta un valor de la varianza de la LGD igual al 6,19 %, que implica una desviación estándar del 24,87 %.

Como hemos estimado el recargo por medio del índice de Herfindahl, resulta necesario calcular el efecto que la dispersión de la severidad tiene sobre dicho índice. Para ello, hay que buscar qué relación existe entre el índice de Herfindahl del producto «EAD*LGD» (supuesto de variabilidad de la LGD) respecto al índice de Herfindahl de la exposición (EAD) (supuesto de que todos los préstamos tienen la misma LGD).

En efecto, hasta ahora, al suponer que la LGD de todos los créditos era la misma, no era necesario considerarla al calcular el índice de Herfindahl, pues era indiferente tenerla o no en cuenta; por eso se ha utilizado un HHI ligado exclusivamente a la exposición (EAD). Pero, si la LGD varía de unos créditos a otros, aumenta la volatilidad de las pérdidas y la causa de esa mayor volatilidad —la variabilidad de la LGD— debe incorporarse a su *proxy*, que es precisamente el índice de Herfindahl.

Puede demostrarse fácilmente que, cuando una serie de «n» datos x_i se expresan como cuotas unitarias $s_i \left(s_i = x_i / \sum_{i=1}^n x_i \right)$ respecto de su suma total, su índice de Herfindahl es igual a la suma del inverso de «n» más el producto de dicho número por su varianza (V)²¹. Es decir, $HHI = 1/n + n * V$. Por tanto, el índice de Herfindahl que hemos venido utilizando hasta ahora se puede expresar como:

$$HHI = HHI(EAD) = \frac{1}{n} + n * \text{Var}(EAD) \quad [1]$$

20. Nótese que los créditos se agregan de forma cuadrática al índice de Herfindahl, es decir, que, si están ordenados en sentido decreciente, su aportación al índice pasa de ser más que proporcional a menos que proporcional. 21. Pues $HHI = \sum_{i=1}^n s_i^2 = \sum_{i=1}^n s_i^2 + \sum_{i=1}^n (s_i - \bar{s})^2 = n * \bar{s}^2 + n * \text{Var}(s_i)$, y en este caso $n * \bar{s} = \sum_{i=1}^n s_i = 1$.

siendo EAD la exposición de cada uno de los n mayores acreditados de la cartera²², expresada en fracción unitaria de su suma total $\left(\sum_{i=1}^{1.000} EAD = 1\right)$.

Pero, si se considera que la LGD oscila, se tendría que haber utilizado el índice de Herfindahl ligado a las pérdidas, que es diferente²³:

$$HHI' = HHI \left(\frac{1}{0,45} * EAD * LGD \right) = \frac{1}{n} + n * \text{Var} \left(\frac{1}{0,45} * EAD * LGD \right)$$

La esperanza matemática del producto $(1/0,45 * EAD * LGD)$, es igual a $1/n$, que es el valor promedio de la exposición (EAD):

$$E \left(\frac{1}{0,45} * EAD * LGD \right) = \frac{1}{0,45} * \frac{1}{n} * 0,45 = \frac{1}{n} = E(EAD) \quad [2]$$

La varianza del producto $EAD * LGD$, al considerarse variables independientes, se puede expresar como:

$$\text{Var}(EAD * LGD) = E^2(EAD) * \text{Var}(LGD) + E^2(LGD) * \text{Var}(EAD) + \text{Var}(EAD) * \text{Var}(LGD) \quad [3]$$

Desarrollando HHI' , resulta:

$$HHI' = HHI \left(\frac{1}{0,45} * EAD * LGD \right) = \frac{1}{n} + n * \text{Var} \left(\frac{1}{0,45} * EAD * LGD \right) = \frac{1}{n} + n * \left(\frac{1}{0,45} \right)^2 * \text{Var}(EAD * LGD)$$

utilizando las fórmulas [1], [2] y [3]:

$$HHI' = 1/n + n * \left(\frac{1}{0,45} \right)^2 * \left[\left(\frac{1}{n} \right)^2 * 0,061875 + 0,45^2 * (HHI - 1/n) * 1/n + (HHI - 1/n) * 1/n * 0,061875 \right]$$

y, simplificando:

$$HHI' = \left(1 + \frac{0,061875}{0,45^2} \right) * HHI = 1,3056 HHI$$

Dado que, como hemos visto antes, los recargos α están relacionados con el índice de Herfindahl (HHI) de forma razonablemente lineal, bastaría multiplicar por 1,3056 los recargos obtenidos anteriormente, y presentados en el cuadro 2, para incorporar el efecto de la variabilidad de la LGD. Efectuado este cálculo se obtiene la tabla de recargos que se ha presentado en el cuadro 1.

8 Forma simplificada de cálculo del índice de Herfindahl de una cartera

Si se considera que el índice de Herfindahl es un *proxy* adecuado del riesgo de concentración individual, para calcular el capital adicional necesario se debería considerar como valor del mismo no el correspondiente a los riesgos con los 1.000 mayores acreditados, sino el de la totalidad de los acreditados de la cartera. Además, el recargo calculado debería aplicarse al capital por riesgo de crédito requerido por toda la cartera.

Sin embargo, conviene simplificar el cálculo del índice de Herfindahl de la cartera global, ya que, además de hacer el cálculo más sencillo, ayuda a comprender la importancia que en este riesgo tienen los grandes acreditados. Para ello, es útil buscar una relación que aproxime el HHI de las exposiciones del conjunto de los acreditados de la cartera (HHIT) con el de los 1.000 mayores acreditados (HHIP), como se hace a continuación.

²². En nuestro caso, « n » es igual a 1.000, pero, para mayor claridad en las fórmulas que siguen, se utilizará « n ». ²³. El índice de Herfindahl, de la forma que aquí se está calculando, es indiferente a los cambios de escala, y se debe cumplir que $\sum_{i=1}^{1.000} \frac{1}{0,45} * EAD_i * LGD_i = 1$. Por esta razón, para calcularlo hay que dividir ahora por la LGD media, que hemos supuesto igual al 45%.

Se puede ver que HHIT es mayor y dista menos de una milésima de la suma de los cuadrados de las cuotas²⁴ de los 1.000 mayores acreditados, pues la suma de los cuadrados de las cuotas (s) de todos los acreditados es menor que la suma de los cuadrados de las cuotas de los 1.000 mayores más la cuota 1.001, multiplicada por 1 menos la suma de las primeras 1.000 cuotas:

$$s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_n^2 \leq [s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_{1.000}^2] + [s_{1.001} * (s_{1.001} + s_{1.002} + \dots + s_n)] = \\ = [s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_{1.000}^2] + [s_{1.001} * (1 - s_1 - s_2 - \dots - s_{1.000})]$$

Y, necesariamente, el segundo término de la parte derecha de la desigualdad, la cuota 1.001 multiplicada por el complemento a 1 de la suma de las 1.000 mayores cuotas, es menor que una milésima, por lo que:

$$[s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_{1.000}^2] \leq \text{HHIT} < [s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_{1.000}^2] + 0,001$$

A su vez, la cuota de cada uno de los 1.000 mayores acreditados es igual a su cuota parcial²⁵, multiplicada por la suma de las 1.000 mayores cuotas:

$$s_i = s_{ip} * (s_1 + s_2 + \dots + s_{1.000})$$

Sustituyendo s_i en la ecuación anterior, resulta:

$$(s_{ip}^2 + \dots + s_{1.000p}^2) * (s_1 + \dots + s_{1.000})^2 \leq \text{HHIT} < (s_{ip}^2 + \dots + s_{1.000p}^2) * (s_1 + \dots + s_{1.000})^2 + 0,001$$

o, lo que es lo mismo:

$$\text{HHIP} * (s_1 + \dots + s_{1.000})^2 \leq \text{HHIT} < \text{HHIP} * (s_1 + \dots + s_{1.000})^2 + 0,001$$

Es decir, HHIT es prácticamente igual a HHIP, multiplicado por el cuadrado de la suma de las 1.000 mayores cuotas. Pero, si llamamos $\sum_{i=1}^{1.000} x_i$ a la suma de los créditos de los 1.000 mayores acreditados y $\sum_{i=1}^n x_i$ a la suma de los créditos de toda la cartera, se cumple que:

$$s_1 + \dots + s_{1.000} = \sum_{i=1}^{1.000} x_i / \sum_{i=1}^n x_i$$

En consecuencia, el índice HHI que se debe utilizar para calcular el factor α , HHIT, puede sustituirse por el producto de multiplicar HHIP, calculado únicamente con los riesgos de los 1.000 mayores acreditados, por el cuadrado del cociente de la suma de los 1.000 mayores riesgos entre la suma de todos los riesgos de la cartera, de donde resulta:

$$\text{HHI} \approx \frac{\sum_{i=1}^{1.000} x_i^2}{\left(\sum_{i=1}^{1.000} x_i\right)^2} \times \frac{\left(\sum_{i=1}^{1.000} x_i\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2} = \frac{\sum_{i=1}^{1.000} x_i^2}{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}$$

9 Resumen y conclusiones

A partir de las fórmulas IRB y de los desarrollos que las fundamentan, en particular la función de distribución acumulada de pérdidas en carteras de préstamos de características similares

24. La cuota s_i del acreditado «i» es lo que representa su exposición, en tanto por uno, respecto de la exposición total de la cartera. Es decir, $s_i = x_i / \sum_{i=1}^n x_i$, donde x_i es la exposición del acreditado i. 25. La cuota parcial s_i del acreditado «i» es lo que representa su exposición, en tanto por uno, respecto de la exposición de los 1.000 mayores acreditados.

formulada por Vasicek, se puede llegar a entender y a evaluar el riesgo de concentración individual de una cartera de préstamos. Esto es importante, pues hasta hace relativamente poco tiempo valorar de forma mínimamente rigurosa el capital adicional necesario por riesgo de concentración individual no era sencillo y, como se ha señalado al principio del artículo, es un riesgo relevante en algunas entidades de crédito.

En el presente artículo se ha presentado una metodología que, mediante simulación de Montecarlo, pretende cubrir las pérdidas inesperadas en carteras no granulares con un nivel de confianza análogo (99,9 %) al que proporcionaría la fórmula IRB de Basilea II para una cartera granular de características similares. Para conseguirlo se plantea un recargo multiplicativo, que permite tener en cuenta, de forma directa, los factores de riesgo de los diferentes préstamos (severidad —LGD—, vencimiento —M— y relación de incumplimiento con el factor de riesgo sistémico — ρ —), que determinan sus necesidades de capital regulatorio. Es decir, el método planteado mantiene la métrica del Pilar 1 de Basilea II, salvo por el hecho de que se tiene en cuenta que la cartera no es granular y, por esta razón, se considera también la variabilidad de la severidad de las pérdidas en caso de incumplimiento (LGD).

El recargo multiplicativo permite, además, alinear el tratamiento a dar a las entidades que aplican el enfoque estándar con el de las entidades IRB: en aquellas basta con estimar una PD promedio de los 1.000 mayores acreditados, conservadoramente baja; y, a partir de la misma y del HHI de la cartera (calculado de la forma simplificada que se propone), obtener del cuadro 1 el factor α que, aplicado a los requerimientos de capital obtenidos por el procedimiento estándar de Basilea II, determinaría el requerimiento de capital necesario.

El recargo que se plantea depende del índice de Herfindahl de la cartera y de la probabilidad de incumplimiento de la misma. Se ha contrastado que, para calcularlo, el índice de Herfindahl es una variable *proxy* de calidad. Por otro lado, se ha supuesto que la probabilidad de incumplimiento de la cartera es uniforme, lo cual en la práctica no es cierto. No obstante, dado que el coeficiente α es mucho menos sensible a la PD que al índice de Herfindahl, y que existe una relación inversa entre probabilidad de incumplimiento y recargo necesario, utilizando una PD prudentemente baja se obtendrá un recargo conservador. Por esta razón, se propone utilizar el menor de los promedios simple y ponderado de la PD de los 1.000 mayores acreditados de la cartera.

El método expuesto puede no resultar suficientemente preciso en el caso de carteras compuestas por un número muy reducido de acreditados, dado que para índices HHI elevados nos alejamos de la granularidad presumida en la fórmula de Vasicek; en este caso se debería añadir una dosis de conservadurismo adicional al coeficiente α obtenido del cuadro.

Conviene recordar, finalmente, que, como ha puesto de manifiesto la presente crisis inmobiliaria, la concentración del crédito en un único sector de actividad económica, o en varios muy correlacionados, puede ser un problema tan relevante o mayor que la concentración en pocos acreditados; entender y evaluar la concentración sectorial de una cartera crediticia es tan importante como comprender y valorar su concentración individual. Sin embargo, desafortunadamente, resulta bastante más complejo; aunque cada vez son mejores las aproximaciones que se están haciendo en la literatura especializada para evaluar correctamente este riesgo, hoy por hoy se trata todavía de un reto difícil para los gestores de riesgo de crédito y para los supervisores bancarios.

BIBLIOGRAFÍA

- EMMER, S., y D. TASCHE (2005). *Calculating credit risk capital charges with the one-factor model*.
- GORDY, M. (2003). *A risk-factor model foundation for rating-based capital rules*.
- (2004). *Granularity adjustment in portfolio credit risk measurement*.
- GORDY, M., y E. LÜTKEBOHMERT (2007). *Granularity adjustment for Basel II*.
- HIBBELN, M. (2010). *Risk management in credit portfolios: Concentration risk and Basel II*.
- JUODIS, M., V. VALVONIS, R. BERNŪINAS y M. BELVYDAS (2009). *Measuring concentration risk in bank credit portfolios using granularity adjustment; practical aspects*.
- UBERTI, P., y S. FIGINI (2009). *How to measure single-name credit risk concentrations*.
- VASICEK, O. (1987). *Probability of loss on loan portfolio*.
- (1991). *Limiting loan loss probability distribution*.
- (2002). *Loan portfolio value*.